補足 1－2 最尤法によるパラメタ値の推定

式（1.11）を最大にする最尤法（附録 F 参照）によるパラメタ値は、以下のようにして求めることができる。

$$l = -N\log\sqrt{2\pi} - N\log\sigma - \frac{1}{2\sigma^2}\sum_i\left[\log\psi_i - \{\log k + \beta\log(\phi_i - \theta)\}\right]^2 \qquad (1.11)$$

式（1.11）において、σを固定すると尤度lの最大化は次式

$$\sum_i\left[\log\psi_i - \{\log k + \beta\log(\phi_i - \theta)\}\right]^2 \qquad （附 1.2.1）$$

の最小化となる。式（附 1.2.1）の最小化はσと独立に行うことができるが、この最小化を行う式（附 1.2.1）は最小 2 乗法のときの目的関数SSE_1（式（1.8））と同じである。すなわち、式（附 1.2.1）を最小にするパラメタ値はSSE_1を最小にするもの（最小 2 乗法の解）として与えられ、この解はσの値とは独立に決まるものである。

式（附 1.2.1）を最小にするものとしてパラメタk、β、θの値が与えられたときの式（1.11）を最大にするσの値は、σによる偏導関数を 0 とおいて得ることができる。

$$\frac{\partial l}{\partial\sigma} = -\frac{N}{\sigma} - \frac{1}{2}\cdot(-2)\cdot\frac{1}{\sigma^3}\cdot\sum_i\left[\log\psi_i - \{\log k + \beta\log(\phi_i - \theta)\}\right]^2$$

上式の値を 0 とおいて次式を得る。

$$\frac{N}{\sigma} = \frac{1}{\sigma^3}\cdot\sum_i\left[\log\psi_i - \{\log k + \beta\log(\phi_i - \theta)\}\right]^2$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N}\sum_i\left[\log\psi_i - \{\log k + \beta\log(\phi_i - \theta)\}\right]^2$$

すなわち、σ^2は最小 2 乗法における誤差の分散として与えられる。