補足 2－3 対数尤度関数（式（2.6））の最大化

対数尤度関数

$$l = \log LF = \sum_{i=1}^{M} G_i \log P_i + \sum_{i=1}^{M} L_i \log(1 - P_i) \qquad (2.6)$$

の値を最大にするパラメタ μ および σ の値を、準ニュートン法（Davidon-Fletcher-Powell 公式）による極値探索法で求める。このときに用いる偏導関数は、次式で与えられるものである。

$$\frac{\partial l}{\partial \mu} = \sum_{i=1}^{M} \left\{ G_i \cdot \frac{1}{P_i} \cdot \frac{\partial P_i}{\partial \mu} - L_i \cdot \frac{1}{1-P_i} \cdot \frac{\partial P_i}{\partial \mu} \right\} = \sum_{i=1}^{M} \left\{ \frac{G_i}{P_i} - \frac{L_i}{1-P_i} \right\} \frac{\partial P_i}{\partial \mu}$$

$$\frac{\partial l}{\partial \sigma} = \sum_{i=1}^{M} \left\{ G_i \cdot \frac{1}{P_i} \cdot \frac{\partial P_i}{\partial \sigma} - L_i \cdot \frac{1}{1-P_i} \cdot \frac{\partial P_i}{\partial \sigma} \right\} = \sum_{i=1}^{M} \left\{ \frac{G_i}{P_i} - \frac{L_i}{1-P_i} \right\} \frac{\partial P_i}{\partial \sigma}$$

ここで、

$$\frac{\partial P_i}{\partial \mu} = \frac{\partial}{\partial \mu} \Phi\left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) = \phi_0\left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \cdot \frac{-1}{\sigma} = -\frac{1}{\sigma} \phi_0\left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \sigma} = \frac{\partial}{\partial \sigma} \Phi\left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) = \phi_0\left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \cdot \left\{ (x_i - \mu) \cdot \frac{-1}{\sigma^2} \right\} = -\frac{x_i - \mu}{\sigma^2} \phi_0\left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)$$

である。ただし、$\phi_0(z)$ は標準正規分布の確率密度関数を表す。