補足 2－7 3件法の場合のベイズ的方法

判断の基準値のパラメタcが加わることを除けば、2 件法の場合と基本的に同じ方法である。

パラメタの事前分布として、一様分布を採用する。

$$P(\mu,\sigma,c)=\frac{1}{(N_\mu+1)(N_\sigma+1)(N_c+1)}$$

ここで、

$$\mu=\mu_{\min}+i\times(\mu_{\max}-\mu_{\min})/N_\mu, \qquad i=0,1,\cdots,N_\mu$$

$$\sigma=\sigma_{\min}+i\times(\sigma_{\max}-\sigma_{\min})/N_\sigma, \qquad i=0,1,\cdots,N_\sigma$$

$$c=c_{\min}+i\times(c_{\max}-c_{\min})/N_c, \qquad i=0,1,\cdots,N_c$$

である。サンプルプログラムでは、$N_\mu=N_\sigma=N_c=50$としている。

パラメタ値μ、σおよびcに対するデータ$\{G_1,U_1,L_1,\cdots,G_M,U_M,L_M\}$（簡単に$\{G_i,U_i,L_i\}$で表す）の確率は

$$P(G_i,U_i,L_i|\mu,\sigma,c)=\text{定数}\times\prod_{i=1}^{M}P_i(\mu,\sigma,c)^{G_i}R_i(\mu,\sigma,c)^{U_i}Q_i(\mu,\sigma,c)^{L_i}$$

となる。したがって、事後分布は以下のように計算される。

$$\begin{aligned}P(\mu,\sigma,c|G_i,U_i,L_i)&=\frac{P(\mu,\sigma,c,G_i,U_i,L_i)}{P(G_i,U_i,L_i)}\\&=\frac{P(G_i,U_i,L_i|\mu,\sigma,c)\cdot P(\mu,\sigma,c)}{\sum_{\mu,\sigma,c}P(\mu,\sigma,c,G_i,U_i,L_i)}\\&=\frac{P(G_i,U_i,L_i|\mu,\sigma,c)\cdot P(\mu,\sigma,c)}{\sum_{\mu,\sigma,c}P(G_i,U_i,L_i|\mu,\sigma,c)\cdot P(\mu,\sigma,c)}\end{aligned}$$

パラメタの推定値は、事後分布における平均値として算出する。

$$\hat{\mu}=\sum_{\mu,\sigma,c}\mu\cdot P(\mu,\sigma,c|G_i,U_i,L_i)$$

$$\hat{\sigma} = \sum_{\mu,\sigma,c} \sigma \cdot P(\mu,\sigma,c|G_i,U_i,L_i)$$

$$\hat{c} = \sum_{\mu,\sigma,c} c \cdot P(\mu,\sigma,c|G_i,U_i,L_i)$$

パラメタの$\alpha \times 100\%$確信区間も 2 件法の場合と同様に、それぞれの事後分布

$$P(\mu|G_i,U_i,L_i) = \sum_{\sigma,c} P(\mu,\sigma,c|G_i,U_i,L_i)$$

$$P(\sigma|G_i,U_i,L_i) = \sum_{\mu,c} P(\mu,\sigma,c|G_i,U_i,L_i)$$

$$P(c|G_i,U_i,L_i) = \sum_{\mu,\sigma} P(\mu,\sigma,c|G_i,U_i,L_i)$$

から算出する。詳しくは、附 2－4「２件法の場合のベイズ的方法」を参照。