

補足 3-1 式(3.16)を最大にする基準値 c の値

次式

$$\Phi'(z) = \phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5z^2}$$

に注意して、式(3.16)

$$U(c) = \frac{1}{2} \{ \Phi(c) - \Phi(-c) - \Phi(c - \mu_s) + \Phi(\mu_s - c) \} \quad (3.16)$$

を c で微分する。

$$\begin{aligned} U'(c) &= \frac{1}{2} \{ \phi(c) + \phi(-c) - \phi(c - \mu_s) - \phi(\mu_s - c) \} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5c^2} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5(-c)^2} - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5(c-\mu_s)^2} - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5(\mu_s-c)^2} \right\} \\ &= \frac{1}{2 \cdot \sqrt{2\pi}} e^{-0.5c^2} \left\{ 2 - 2e^{0.5c^2 - 0.5(c-\mu_s)^2} \right\} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5c^2} \left\{ 1 - \exp(-0.5 \times (-2c\mu_s + \mu_s^2)) \right\} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5c^2} \left\{ 1 - \exp\left(\mu_s \left(c - \frac{\mu_s}{2}\right)\right) \right\} \end{aligned} \quad (\text{附 3 - 1.1})$$

式(附 3 - 1.1)より、

$$c < \frac{\mu_s}{2} \quad \text{のとき} \quad U'(c) > 0 \quad \text{単調増加}$$

$$c = \frac{\mu_s}{2} \quad \text{のとき} \quad U'(c) = 0$$

$$c > \frac{\mu_s}{2} \quad \text{のとき} \quad U'(c) < 0 \quad \text{単調減少}$$

したがって、 $U(c)$ は

$$c = \frac{\mu_s}{2}$$

のとき、最大となる。