2004.2
岡本安晴

プログラム PCalcMeasures.exe について

プログラム PCalcMeasures.exe は、ＲＯＣ直線とデータ点$\left(Z(f_i),Z(h_i)\right)$との距離の２乗和が最小になるように、パラメタ$\mu_s$と$\sigma_s$の値を求め、それらの値から$\Delta m$、$d_e$、$d_a$および$A_z$の値を算出している。

直線

$$\frac{x}{x_0}+\frac{y}{y_0}=1 \qquad （1）$$

と、点(u,v)との距離は

$$\frac{\left|\left(x_0-u-\frac{x_0}{y_0}v\right)\left(y_0-v-\frac{y_0}{x_0}u\right)\right|}{\sqrt{\left(x_0-u-\frac{x_0}{y_0}v\right)^2+\left(y_0-v-\frac{y_0}{x_0}u\right)^2}} \qquad （2）$$

で与えられる（証明は付録を参照）。Ｎ個のデータ点$\left(Z(f_i),Z(h_i)\right)$が与えられたとき、点と直線（１）との距離（２）の２乗和

$$SS(x_0,y_0)=\sum_{i=1}^{N}\frac{\left(x_0-Z(f_i)-\frac{x_0}{y_0}Z(h_i)\right)^2\left(y_0-Z(h_i)-\frac{y_0}{x_0}Z(f_i)\right)^2}{\left(x_0-Z(f_i)-\frac{x_0}{y_0}Z(h_i)\right)^2+\left(y_0-Z(h_i)-\frac{y_0}{x_0}Z(f_i)\right)^2}$$

を最小にするものとしてパラメタx_0とy_0（ガウス座標におけるＲＯＣ直線のｘ切片とｙ切片）の値を求め、これらの値からパラメタμ_sとσ_sの値を算出する。$SS(x_0,y_0)$の最小値を与えるパラメタx_0とy_0値は、偏導関数を用いない Rosenbrock's method（Rao, 1984）を用いている。

プログラム PCalcMeasures.exe を起動すると、図１のフォームが表示される。条件の数に合わせて必要な行数を用意する。「追加」ボタンのクリックでアクティブなセルの下に行が挿入され、「削除」ボタンのクリックでアクティブなセルの行が削除される。セルはクリックによりアクティブになる。

図２は例 3.2 の値を設定したものである。設定した値は「保存」ボタンのクリックでＣＳＶ形式のファイルに保存することができる。保存したデータは、「読込」ボタンのクリック

で読み込むことができる。保存はＣＳＶ形式であるので、Excel で開くこともできる。読み込みはＣＳＶ形式のファイルの読み込みであるので、「保存」ボタンのクリックで保存されるＣＳＶ形式のファイルと同じスタイルで Excel によって作成してＣＳＶ形式で保存すれば、「読込」ボタンのクリックで読み込むことができる。

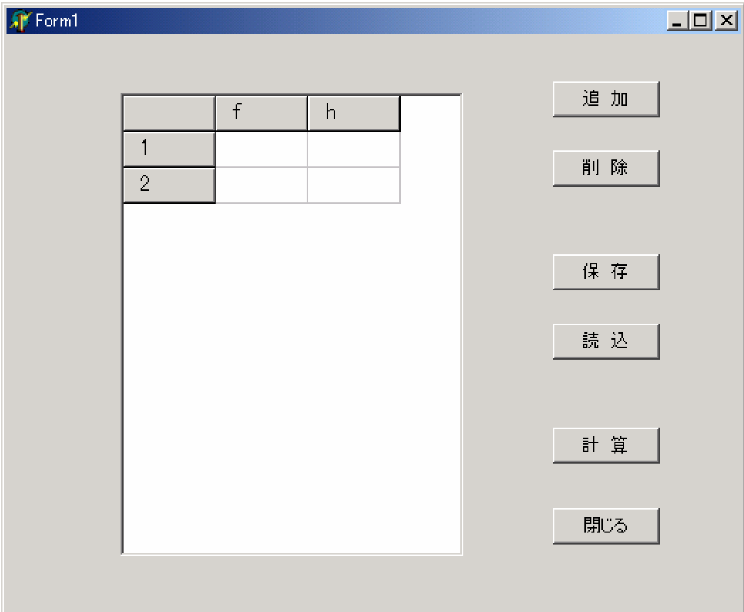


図１　起動時のフォーム

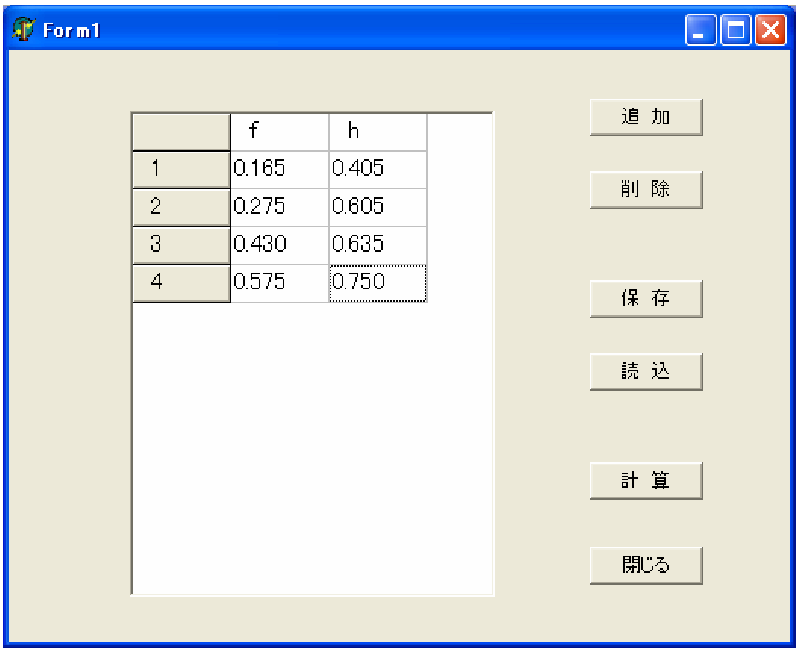


図２　値の設定

図２のように値を設定した後、「計算」ボタンをクリックすると計算結果の表示用画面が

図３のように提示される。図２の数値は第４章の図 4.1 におけるものである。

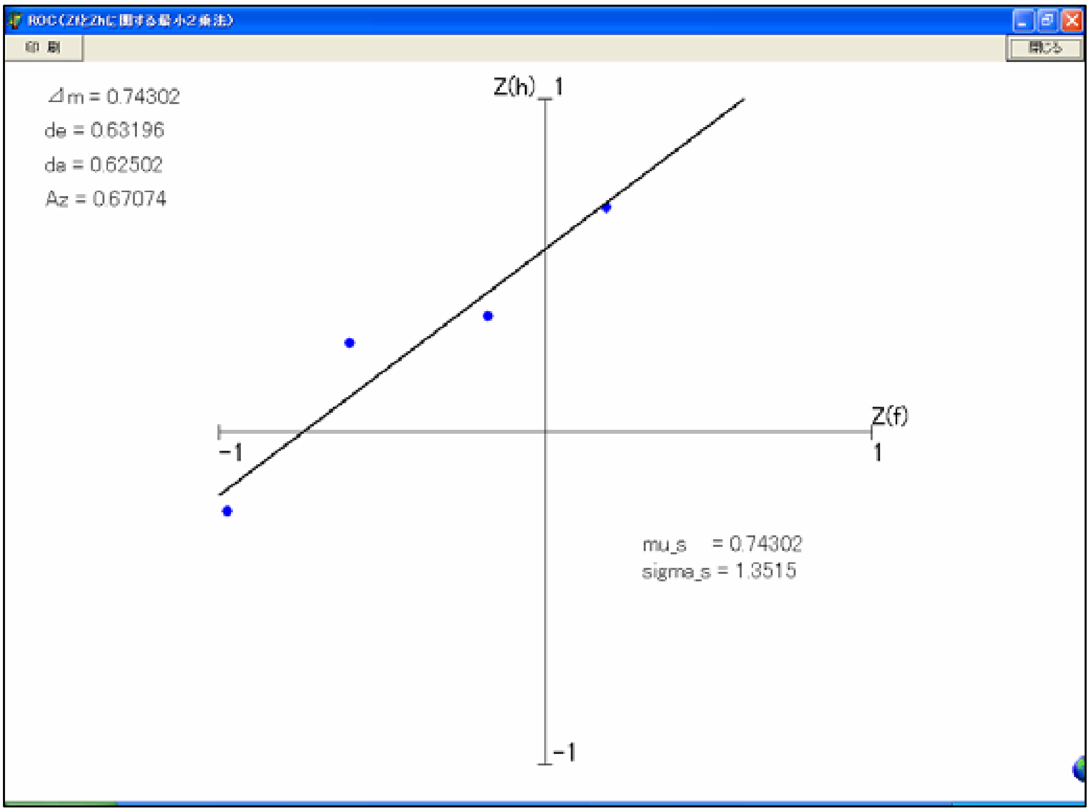


図３　計算結果の表示

不等分散ガウス型モデルに対するＲＯＣ直線が黒の直線で表されている。この直線に対するパラメタの値は画面の右下に表示され、このときの弁別力の測度は画面の左上に表示されている。

mu_s = 0.74302

sigma_s = 1.3515

は、推定値

$$\mu_s = 0.74302$$
$$\sigma_s = 1.3515$$

を表し、

⊿m = 0.74302

de = 0.63196

da = 0.62502

Az = 0.67074

は、推定値

$$\Delta m = 0.74302$$
$$d_e = 0.63196$$

$$d_a = 0.62502$$
$$A_z = 0.67074$$

を表す。

図３の描画図形は、「印刷」ボタンをクリックするとプリンタに出力される。

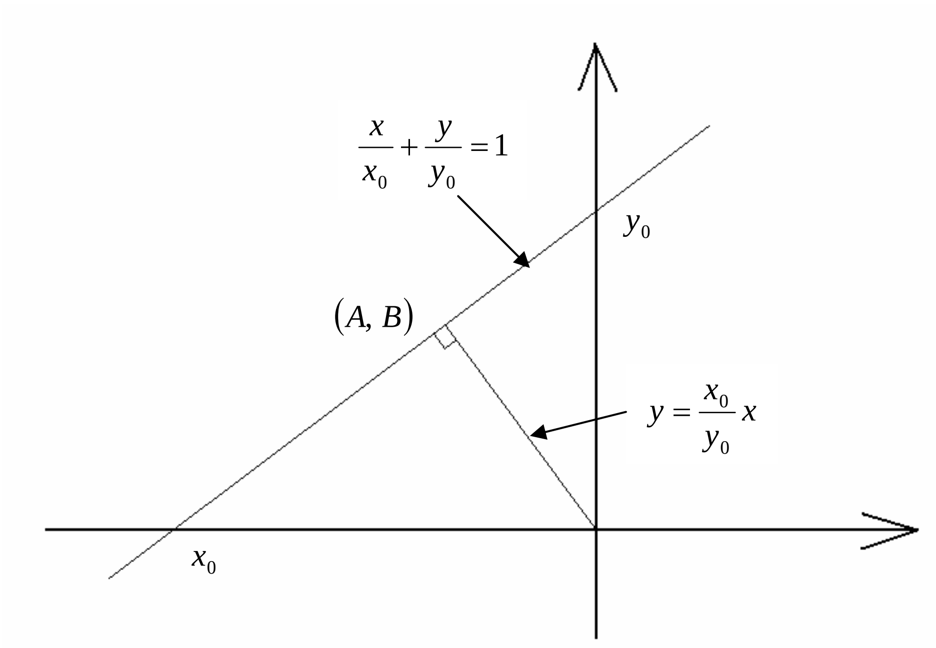
参考文献

Brent, R. P. 1973　*Algorithms for minimization without derivatives.* Prentice-Hall, Inc.

Rao, S. S. 1984　*Optimization: Theory and Applications (Second Edition).* John Wiley & Sons.

2004.2
岡本安晴

付録：　直線と点の距離



図ａ１　直線の原点からの距離

まず、原点と直線

$$\frac{x}{x_0}+\frac{y}{y_0}=1 \tag{a1}$$

との距離を求める。

原点を通り、直線（ａ１）と直交する直線の方程式は、式（ａ２）で与えられる。

$$y=\frac{x_0}{y_0}x \tag{a2}$$

したがって、直線（ａ１）と（ａ２）の交点(A, B)の座標は、次式を満たす。

$$\frac{A}{x_0}+\frac{B}{y_0}=1 \tag{a3}$$

$$B=\frac{x_0}{y_0}A \tag{a4}$$

式（ａ４）を式（ａ３）に代入して次式を得る。

$$\frac{A}{x_0}+\frac{x_0}{y_0^2}A=1$$
$$\frac{y_0^2+x_0^2}{x_0 y_0^2}A=1$$
$$A=\frac{x_0 y_0^2}{x_0^2+y_0^2} \qquad \text{（a 5）}$$

（a 5）式を（a 4）式に代入して次式を得る。

$$B=\frac{x_0}{y_0}\cdot\frac{x_0 y_0^2}{x_0^2+y_0^2}$$
$$=\frac{x_0^2 y_0}{x_0^2+y_0^2} \qquad \text{（a 6）}$$

式（a 5）および（a 6）より、原点と直線との距離は次式で与えられる。

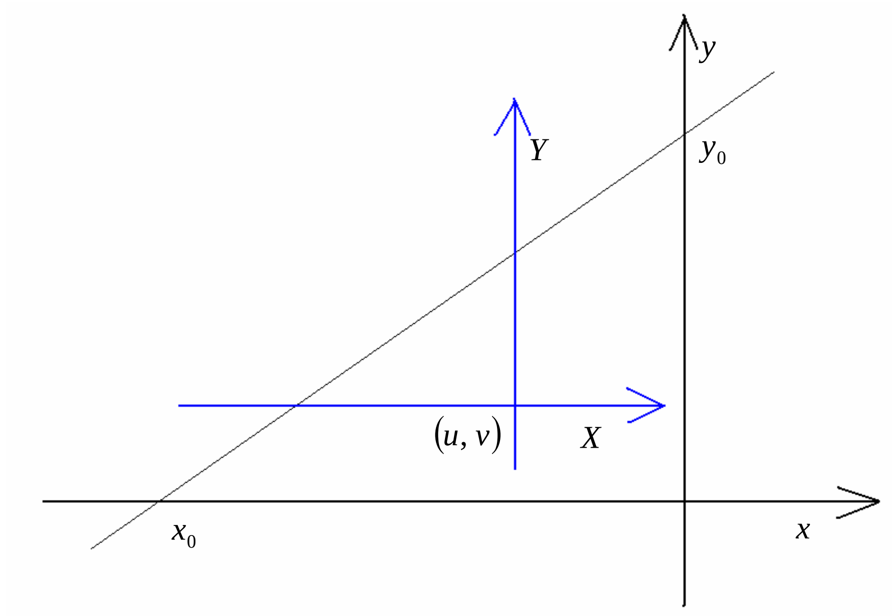
$$\sqrt{A^2+B^2}=\sqrt{\left(\frac{x_0 y_0^2}{x_0^2+y_0^2}\right)^2+\left(\frac{x_0^2 y_0}{x_0^2+y_0^2}\right)^2}$$
$$=\sqrt{\frac{x_0^2 y_0^2\left(y_0^2+x_0^2\right)}{\left(x_0^2+y_0^2\right)^2}}$$
$$=\frac{\left|x_0 y_0\right|}{\sqrt{x_0^2+y_0^2}} \qquad \text{（a 7）}$$

次に、直線（a 1）と点(u, v)との距離を考える（図 a 2）。座標軸 x 軸と y 軸を、点(u, v)が新しく原点になるように平行移動したものを X 軸と Y 軸とする。
このときの座標の関係は、次式で表される。

$$X+u=x$$
$$Y+v=y$$

したがって、新しい座標軸によって直線（a 1）は次のように表される。

$$\frac{X+u}{x_0}+\frac{Y+v}{y_0}=1$$
$$\frac{X}{x_0}+\frac{Y}{y_0}=1-\frac{u}{x_0}-\frac{v}{y_0}$$



図ａ２　点(u, v)と直線との距離

$$\frac{X}{x_0\left(1-\frac{u}{x_0}-\frac{v}{y_0}\right)}+\frac{Y}{y_0\left(1-\frac{u}{x_0}-\frac{v}{y_0}\right)}=1 \qquad \text{（ａ８）}$$

式（ａ７）と式（ａ８）より、点(u, v)と直線（１）との距離は次式で与えられることがわかる。

$$\frac{\left|\left[x_0\left(1-\frac{u}{x_0}-\frac{v}{y_0}\right)\right]\left[y_0\left(1-\frac{u}{x_0}-\frac{v}{y_0}\right)\right]\right|}{\sqrt{\left[x_0\left(1-\frac{u}{x_0}-\frac{v}{y_0}\right)\right]^2+\left[y_0\left(1-\frac{u}{x_0}-\frac{v}{y_0}\right)\right]^2}}=\frac{\left|\left(x_0-u-\frac{x_0}{y_0}v\right)\left(y_0-v-\frac{y_0}{x_0}u\right)\right|}{\sqrt{\left(x_0-u-\frac{x_0}{y_0}v\right)^2+\left(y_0-v-\frac{y_0}{x_0}u\right)^2}}$$

すなわち、式（２）が得られた。