

被験者間 1 要因・被験者内 1 要因分散分析

被験者間 1 要因 A、および被験者内 1 要因 B のモデルを次のようにおく。

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_j + \eta_{i/j} + \beta_k + (\alpha\beta)_{jk} + (\eta\beta)_{ik/j} + \varepsilon_{ijk}$$

ここで、

主効果 A

$$\alpha_j = \mu_j - \mu$$

主効果 B

$$\beta_k = \mu_k - \mu$$

交互作用 A B

$$\begin{aligned} (\alpha\beta)_{jk} &= \mu_{jk} - \mu_j - \mu_k + \mu \\ &= \mu_{jk} - (\mu_j - \mu) - (\mu_k - \mu) - \mu \end{aligned}$$

ij 番目の被験者固有の効果

$$\eta_{i/j} = \mu_{ij} - \mu_j$$

A_j と B_k との交互作用による効果を調整した、ij 番目の被験者と要因 B の水準 k との交互作用

$$\begin{aligned} (\eta\beta)_{ik/j} &= (\mu_{ijk} - \mu) - (\mu_k - \mu) - (\mu_{ij} - \mu) - (\alpha\beta)_{jk} \\ &= \mu_{ijk} - \mu_{ij} - \mu_{jk} + \mu_j \end{aligned}$$

である。

データ値 Y_{ijk} の平方和を次のように分解する。

$$\begin{aligned} SS &= \sum (Y_{ijk} - \bar{Y}_{...})^2 \\ &= b \sum_{i,j} (\bar{Y}_{ij\cdot} - \bar{Y}_{...})^2 + \sum_{i,j,k} (\bar{Y}_{ijk} - \bar{Y}_{ij\cdot})^2 \\ &= SS_{B \cdot S} + SS_{W \cdot S} \end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned}
 SS_{B \cdot S} &= b \sum_{i,j} (\bar{Y}_{ij\cdot} - \bar{Y}_{\dots})^2 \\
 &= nb \sum_j (\bar{Y}_{\cdot j\cdot} - \bar{Y}_{\dots})^2 + b \sum_{i,j} (\bar{Y}_{ij\cdot} - \bar{Y}_{\cdot j\cdot})^2 \\
 &= SS_A + SS_{S/A}、 \\
 SS_{W \cdot S} &= \sum_{i,j,k} (\bar{Y}_{ijk} - \bar{Y}_{ij\cdot})^2 \\
 &= na \sum_k (\bar{Y}_{\cdot\cdot k} - \bar{Y}_{\dots})^2 + n \sum_{j,k} (\bar{Y}_{\cdot jk} - \bar{Y}_{\cdot j\cdot} - \bar{Y}_{\cdot\cdot k} + \bar{Y}_{\dots})^2 + \sum_{i,j,k} (\bar{Y}_{ijk} - \bar{Y}_{ij\cdot} - \bar{Y}_{\cdot jk} + \bar{Y}_{\cdot j\cdot})^2 \\
 &= SS_B + SS_{AB} + SS_{SB/A}
 \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned}
 SS_A &= nb \sum_j (\bar{Y}_{\cdot j\cdot} - \bar{Y}_{\dots})^2 \\
 SS_{S/A} &= b \sum_{i,j} (\bar{Y}_{ij\cdot} - \bar{Y}_{\cdot j\cdot})^2 \\
 SS_B &= na \sum_k (\bar{Y}_{\cdot\cdot k} - \bar{Y}_{\dots})^2 \\
 SS_{AB} &= n \sum_{j,k} (\bar{Y}_{\cdot jk} - \bar{Y}_{\cdot j\cdot} - \bar{Y}_{\cdot\cdot k} + \bar{Y}_{\dots})^2 \\
 SS_{SB/A} &= \sum_{i,j,k} (\bar{Y}_{ijk} - \bar{Y}_{ij\cdot} - \bar{Y}_{\cdot jk} + \bar{Y}_{\cdot j\cdot})^2
 \end{aligned}$$

である。

これらの平方和の期待値は以下のようになる。

$$EMS_A = \sigma_e^2 + b\sigma_{S/A}^2 + nb\theta_A^2$$

$$EMS_{S/A} = \sigma_e^2 + b\sigma_{S/A}^2$$

$$EMS_B = \sigma_e^2 + \sigma_{SB/A}^2 + na\theta_B^2$$

$$EMS_{AB} = \sigma_e^2 + \sigma_{SB/A}^2 + n\theta_{AB}^2$$

$$EMS_{SB/A} = \sigma_e^2 + \sigma_{SB/A}^2$$

ここで、

$$\theta_A^2 = \frac{\sum \alpha_j^2}{a-1}$$

$$\theta_B^2 = \frac{\sum \beta_k^2}{b-1}$$

$$\theta_{AB}^2 = \frac{\sum (\alpha\beta)_{jk}^2}{(a-1)(b-1)}$$

$$\sigma_e^2 = E(\varepsilon_{ijk}^2)$$

$$\sigma_{S/A}^2 = E(\eta_{i/j}^2)$$

$$\sigma_{SB/A}^2 = E((\eta\beta)_{ik/j}^2)$$

である。

以上より、分散分析表は表1のように作成される。

表1 分散分析表

| 変動要因 | 平方和 | 自由度 | 平均平方和 | F比 |
|--------|-------------|---------------|-------------|-----------------------|
| 被験者間 | SS_{B-S} | $an-1$ | | |
| A | SS_A | $a-1$ | MS_A | $MS_A / MS_{S/A}$ |
| 残差 (A) | $SS_{S/A}$ | $a(n-1)$ | $MS_{S/A}$ | |
| 被験者内 | SS_{W-S} | $an(b-1)$ | | |
| B | SS_B | $b-1$ | MS_B | $MS_B / MS_{SB/A}$ |
| A × B | SS_{AB} | $(a-1)(b-1)$ | MS_{AB} | $MS_{AB} / MS_{SB/A}$ |
| 残差 (B) | $SS_{SB/A}$ | $a(n-1)(b-1)$ | $MS_{SB/A}$ | |
| 全体 | SS | $anb-1$ | | |

プログラム `anova1btwn1wthn.exe` は、表1の分散分析表を算出するものである。このプログラムを実行すると、図1のフォームが表示される。



図1 実行開始時に表示されるウィンドウ。

新しくデータを設定するときは、それぞれの要因の水準数に合わせた **DataGridView** に設定するために「設定」ボタンをクリックする。「設定」ボタンのクリックで図2のウィンドウが表示される。

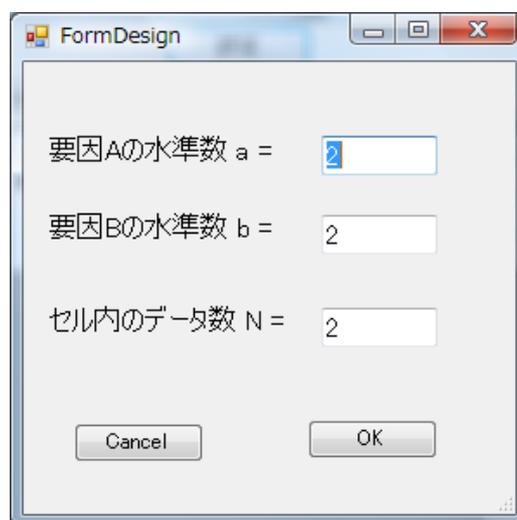


図2 DataGridView 設定用のウィンドウ。

水準数とセル内のデータ数を分散分析のデザインに合わせて設定する (図3)。

図3 分散分析のデザインに合わせて設定。

設定後、「OK」ボタンをクリックすると図4のように設定値に合わせた DataGridView が表示される。

| | B1 | B2 |
|-------|----|----|
| ▶ ラベル | B1 | B2 |
| データ1 | | |
| データ2 | | |
| データ3 | | |

図4 用意された DataGridView。

ラベルなどは、必要に応じて設定し直すことができる。図4では、要因Aの水準が A1 になっているが、他の水準に対する表示とするときは、コンボボックスをクリックしてドロップダウン表示した中から適当なものを選ぶことができる（図5）。

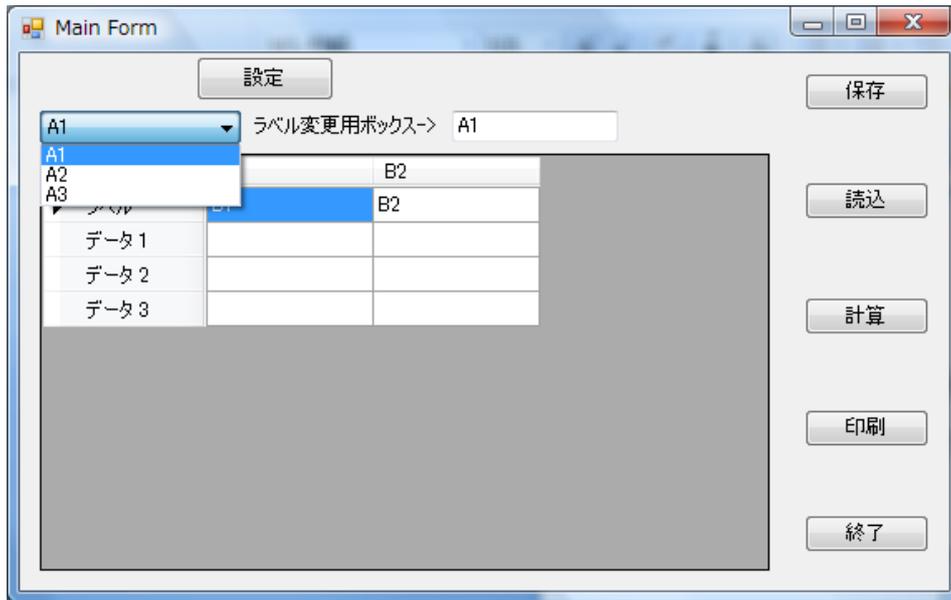


図5 コンボボックスのドロップダウン表示。

全てのデータの入力が終了すれば、「保存」ボタンをクリックしてファイルに保存することができる。ファイルに保存されたデータは、「読込」ボタンをクリックして読み込むことができる。設定されているデータは、「印刷」ボタンのクリックでプリンタに出力される。「計算」ボタンをクリックすると分散分析の計算が始まる。計算結果の出力先ファイル名の設定を求めるウィンドウが表示される（図6）。

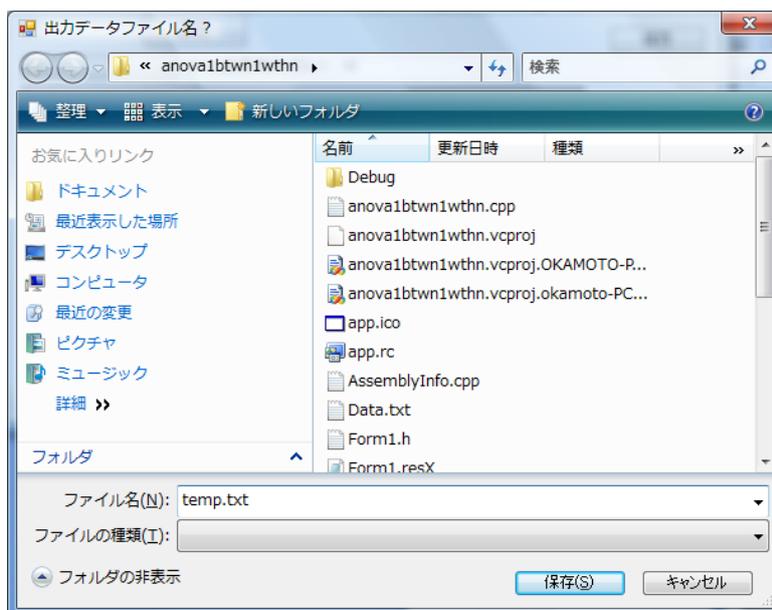


図6 出力ファイル名の設定。

計算結果はテキストファイルとして出力されるので、ファイル拡張子は「.txt」としておく。
 計算が終了すると、出力ファイル保存のメッセージボックスが表示される（図7）。

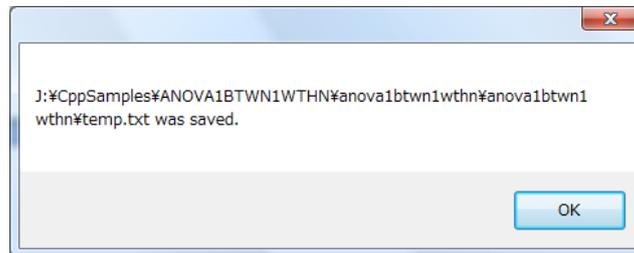


図7 計算終了時に表示されるメッセージボックス。

「OK」ボタンをクリックして、メインのウィンドウ（図5参照）の「終了」ボタンをクリックすると、プログラムの実行終了となる。

表2 データ例

| 要因A水準 a1 | | |
|----------|-------|-------|
| 要因B | | |
| 被験者 | 水準 b1 | 水準 b2 |
| 1 | 5 | 6 |
| 2 | 4 | 8 |
| 3 | 6 | 7 |
| 要因A水準 a2 | | |
| 要因B | | |
| 被験者 | 水準 b1 | 水準 b2 |
| 1 | 8 | 9 |
| 2 | 6 | 7 |
| 3 | 7 | 8 |
| 要因A水準 a3 | | |
| 要因B | | |
| 被験者 | 水準 b1 | 水準 b2 |
| 1 | 3 | 5 |
| 2 | 1 | 3 |
| 3 | 2 | 6 |

表2のデータ例を設定した場合を以下の図8～10に示す。

| | B1 | B2 |
|---------|----|----|
| ▶ ラベル編集 | B1 | B2 |
| データ1 | 5 | 6 |
| データ2 | 4 | 8 |
| データ3 | 6 | 7 |

図8 データの設定。

| | B1 | B2 |
|---------|----|----|
| ▶ ラベル編集 | B1 | B2 |
| データ1 | 8 | 9 |
| データ2 | 6 | 7 |
| データ3 | 7 | 8 |

図9 データの設定。

| | B1 | B2 |
|---------|----|----|
| ▶ ラベル編集 | B1 | B2 |
| データ1 | 3 | 5 |
| データ2 | 1 | 3 |
| データ3 | 2 | 6 |

図10 データの設定。

各被験者のデータが、同じ行に並べられていることに注意。

表2のデータの場合の計算結果の出力をリスト1に示す。

リスト1 計算結果例

| 要因A : 被験者間要因 | | 要因B : 被験者内要因 | | | |
|--------------|-------|--------------|-------|--------|--------|
| 要因A <A1> | | B1 | B2 | | |
| | | 5 | 6 | | |
| | | 4 | 8 | | |
| | | 6 | 7 | | |
| -平均- | | | | | |
| | 5.000 | | 7.000 | | |
| 要因A <A2> | | B1 | B2 | | |
| | | 8 | 9 | | |
| | | 6 | 7 | | |
| | | 7 | 8 | | |
| -平均- | | | | | |
| | 7.000 | | 8.000 | | |
| 要因A <A3> | | B1 | B2 | | |
| | | 3 | 5 | | |
| | | 1 | 3 | | |
| | | 2 | 6 | | |
| -平均- | | | | | |
| | 2.000 | | 4.667 | | |
| | SV | SS | df | MS | F |
| Between | S | 63.778 | 8 | | |
| | A | 53.444 | 2 | 26.722 | 15.516 |
| | S/A | 10.333 | 6 | 1.722 | |
| Within | S | 22.500 | 9 | | |
| | B | 16.056 | 1 | 16.056 | 22.231 |
| | AB | 2.111 | 2 | 1.056 | 1.462 |
| | SB/A | 4.333 | 6 | 0.722 | |
| Total | | 86.278 | 17 | | |

まず、要因Aの水準別に要因Bの各水準に対するデータが書き出され、要因Aと要因Bの各水準の組み合わせに対する平均値がそれぞれのデータ列の最後に続いている。その後、分散分析表が出力されている。リスト1の場合の各変動要因（SV）に対するp値は以下のようなになる。

$$\text{主効果A : } P(F_{2,6} > 15.516) \approx 0.004$$

$$\text{主効果B : } P(F_{1,6} > 22.23) \approx 0.003$$

$$\text{交互作用A} \times \text{B : } P(F_{2,6} > 1.46) \approx 0.30$$

すなわち、有意水準5%で、主効果Aおよび主効果Bは認められるが、交互作用A×Bの効果は認められない。