

被験者内 2 要因分散分析

被験者内 2 要因、A および B、のモデルにおける平方和を次のように分解する。ただし、 Y_{ijk} は、 i 番目の被験者に対する要因 A の水準 j 、要因 B の水準 k におけるデータであり、要因 A の水準数は a 、要因 B の水準数は b 、被験者数は n であるとする。

$$\begin{aligned} SS &= \sum_{i,j,k} (Y_{ijk} - \bar{Y}_{\dots})^2 \\ &= SS_S + SS_A + SS_{AS} + SS_B + SS_{BS} + SS_{AB} + SS_{ABS} \\ &= SS_S + SS_{W.S} \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned} SS_S &= ab \sum_i (\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{\dots})^2 \\ SS_{W.S} &= SS - SS_S = SS_A + SS_{AS} + SS_B + SS_{BS} + SS_{AB} + SS_{ABS} \\ SS_A &= nb \sum_j (\bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{\dots})^2 \\ SS_{AS} &= b \sum_{i,j} (\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y}_{\dots})^2 \\ SS_B &= na \sum_k (\bar{Y}_{..k} - \bar{Y}_{\dots})^2 \\ SS_{BS} &= a \sum_{i,k} (\bar{Y}_{i.k} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{..k} + \bar{Y}_{\dots})^2 \\ SS_{AB} &= n \sum_{j,k} (\bar{Y}_{.jk} - \bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{..k} + \bar{Y}_{\dots})^2 \\ SS_{ABS} &= SS - (SS_S + SS_A + SS_{AS} + SS_B + SS_{BS} + SS_{AB}) \end{aligned}$$

である。

上記の各平方和の平均の期待値は次のようになる。

$$EMS_A = \sigma_e^2 + b\sigma_{AS}^2 + bn\theta_A^2$$

$$EMS_{AS} = \sigma_e^2 + b\sigma_{AS}^2$$

$$EMS_B = \sigma_e^2 + a\sigma_{BS}^2 + an\theta_B^2$$

$$EMS_{BS} = \sigma_e^2 + a\sigma_{BS}^2$$

$$EMS_{AB} = \sigma_e^2 + \sigma_{ABS}^2 + n\theta_{AB}^2$$

$$EMS_{ABS} = \sigma_e^2 + \sigma_{ABS}^2$$

以上より、分散分析表を表1のように作成する。

表1 分散分析表

変動因	平方和	自由度	平均平方和	F比
被験者間	SS_S	$n-1$		
被験者内	$SS_{W.S}$	$n(ab-1)$		
A	SS_A	$a-1$	MS_A	MS_A / MS_{AS}
残差 (A)	SS_{AS}	$(n-1)(a-1)$	MS_{AS}	
B	SS_B	$b-1$	MS_B	MS_B / MS_{BS}
残差 (B)	SS_{BS}	$(n-1)(b-1)$	MS_{BS}	
A × B	SS_{AB}	$(a-1)(b-1)$	MS_{AB}	MS_{AB} / MS_{ABS}
残差 (A × B)	SS_{ABS}	$(n-1)(a-1)(b-1)$	MS_{ABS}	
全体	SS	$nab-1$		

プログラム `anova2wthn.exe` は、表1の分散分析表を算出するものである。このプログラムを実行すると、図1のフォームが表示される。

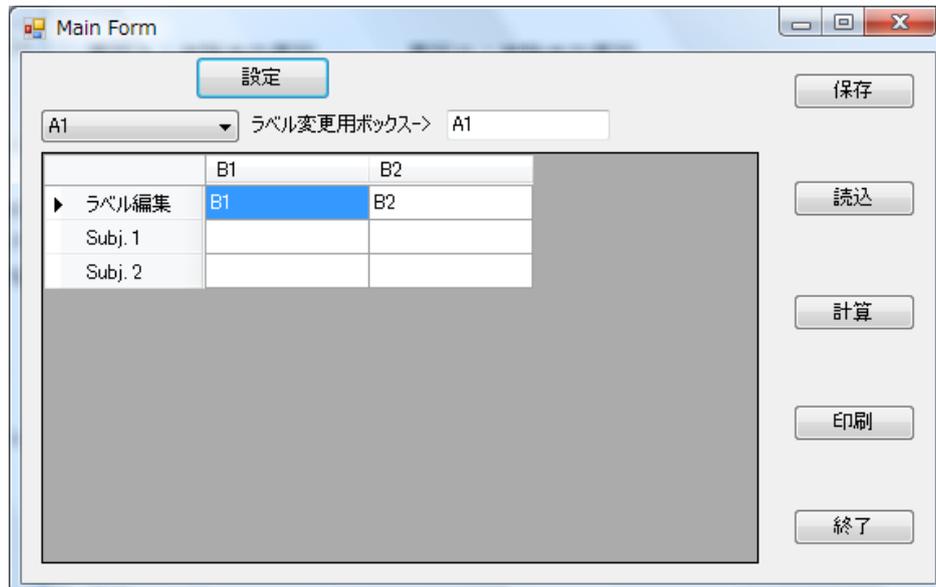


図1 実行開始時に表示されるウィンドウ。

新しくデータを設定するときは、それぞれの要因の水準数に合わせた `DataGridView` に

設定するために「設定」ボタンをクリックする。「設定」ボタンのクリックで図2のウィンドウが表示される。

The screenshot shows a dialog box titled 'FormDesign'. It has three input fields:

- '要因Aの水準数 a =' with a text box containing the number '2'.
- '要因Bの水準数 b =' with a text box containing the number '2'.
- '被験者数 N =' with a text box containing the number '2'.

 At the bottom of the dialog, there are two buttons: 'Cancel' on the left and 'OK' on the right.

図2 DataGridView 設定用のウィンドウ。

水準数とセル内のデータ数を分散分析のデザインに合わせて設定する (図3)。

The screenshot shows the same 'FormDesign' dialog box, but with updated values:

- '要因Aの水準数 a =' now has the value '3'.
- '要因Bの水準数 b =' remains '2'.
- '被験者数 N =' now has the value '6'.

 The 'Cancel' and 'OK' buttons are still at the bottom.

図3 分散分析のデザインに合わせて設定。

設定後、「OK」ボタンをクリックすると図4のように設定値に合わせた DataGridView が表示される。



図4 用意された DataGridView。

ラベルなどは、必要に応じて設定し直すことができる。図4では、要因Aの水準が A1 になっているが、他の水準に対する表示とすることは、コンボボックスをクリックしてドロップダウン表示した中から適当なものを選ぶことができる (図5)。

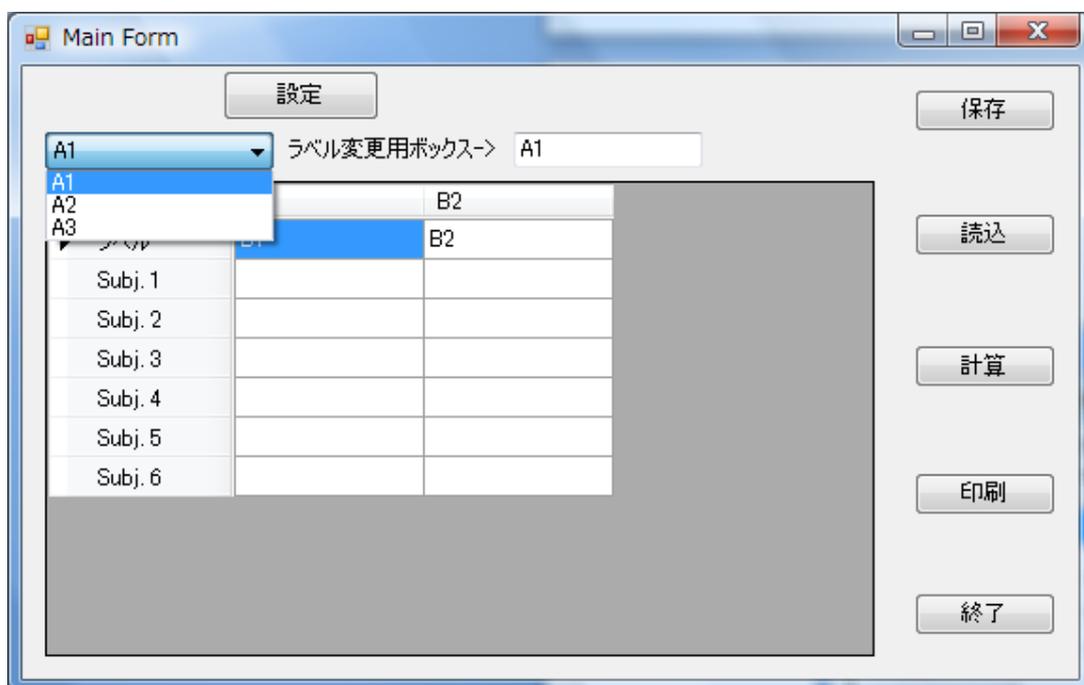


図5 コンボボックスのドロップダウン表示。

全てのデータの入力終了すれば、「保存」ボタンをクリックしてファイルに保存することができる。ファイルに保存されたデータは、「読込」ボタンをクリックして読み込むことができる。設定されているデータは、「印刷」ボタンのクリックでプリンタに出力される。「計算」ボタンをクリックすると分散分析の計算が始まる。計算結果の出力先ファイル名の設定を求めるウィンドウが表示される（図6）。

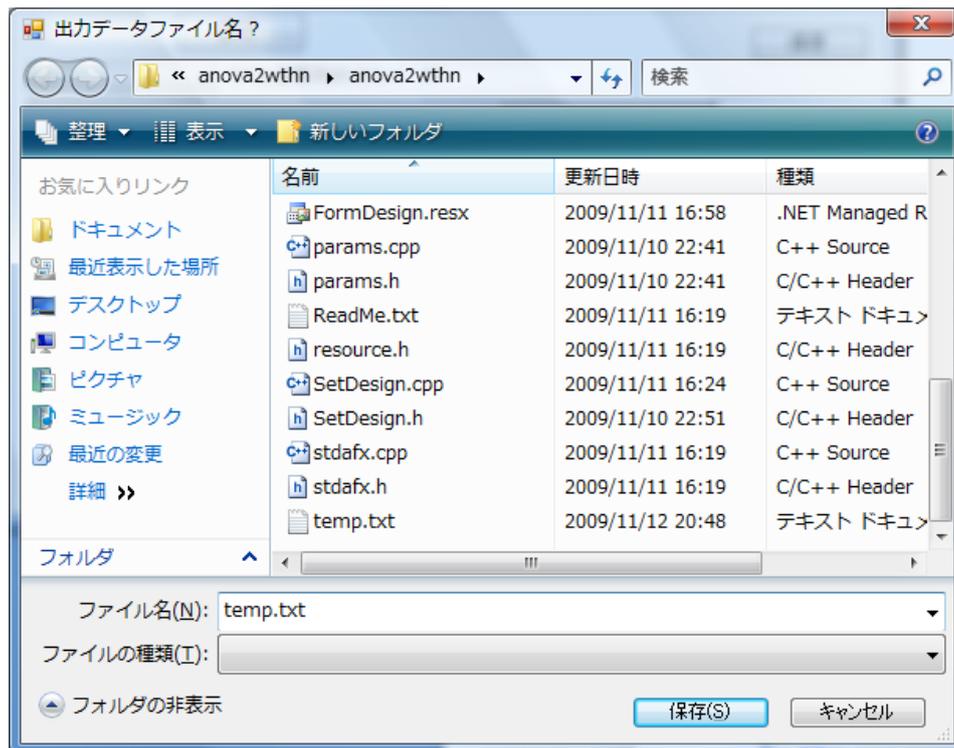


図6 出力ファイル名の設定。

計算結果はテキストファイルとして出力されるので、ファイル拡張子は「.txt」としておく。計算が終了すると、出力ファイル保存のメッセージボックスが表示される（図7）。

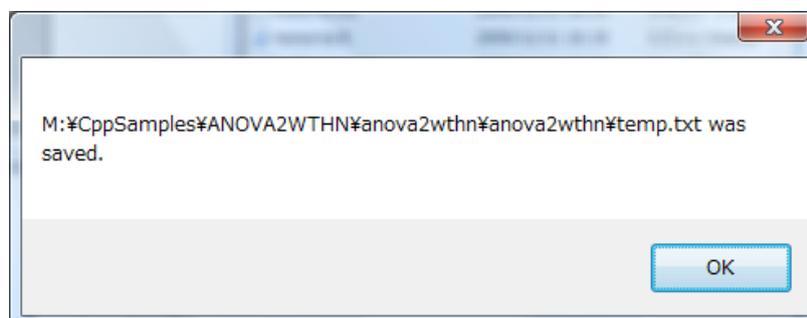


図7 計算終了時に表示されるメッセージボックス。

「OK」ボタンをクリックして、メインのウィンドウ（図5参照）の「終了」ボタンをク

リックすると、プログラムの実行終了となる。

表2のデータの場合、要因Aが3水準、a1、a2、a3、要因Bが2水準、b1、b2、であり、被験者が6人である。

表2 データ例

要因A						
		a1	a2		a3	
要因B						
被験者	b1	b2	b1	b2	b1	b2
1	37	41	46	53	49	59
2	42	47	48	56	55	59
3	45	46	48	53	53	53
4	37	50	47	55	48	57
5	40	56	46	55	47	59
6	38	42	49	56	53	62

表2のデータ例を設定した場合を以下の図8～10に示す。

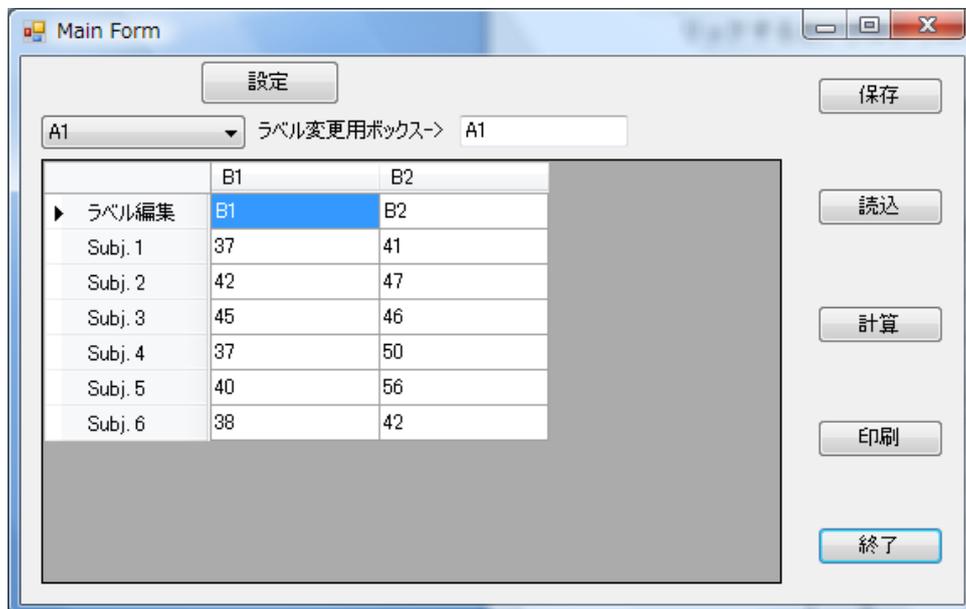


図8 データの設定。

	B1	B2
▶ ラベル編集	B1	B2
Subj. 1	46	53
Subj. 2	48	56
Subj. 3	48	53
Subj. 4	47	55
Subj. 5	46	55
Subj. 6	49	56

図 9 データの設定。

	B1	B2
▶ ラベル編集	B1	B2
Subj. 1	49	59
Subj. 2	55	59
Subj. 3	53	53
Subj. 4	48	57
Subj. 5	47	59
Subj. 6	53	62

図 1 0 データの設定。

各被験者のデータが、同じ行に並べられていることに注意。

表 2 のデータの場合の計算結果の出力をリスト 1 に示す。

リスト1 計算結果例

要因A : 被験者内要因		要因B : 被験者内要因		
要因A <A1>				
Subject	B1	B2		
1	37	41		
2	42	47		
3	45	46		
4	37	50		
5	40	56		
6	38	42		
-平均-	39.833	47.000		
要因A <A2>				
Subject	B1	B2		
1	46	53		
2	48	56		
3	48	53		
4	47	55		
5	46	55		
6	49	56		
-平均-	47.333	54.667		
要因A <A3>				
Subject	B1	B2		
1	49	59		
2	55	59		
3	53	53		
4	48	57		
5	47	59		
6	53	62		
-平均-	50.833	58.167		
SV	SS	df	MS	F
S	49.139	5	9.828	
SSw. s	1515.167	30		
A	770.389	2	385.194	30.504
AS	126.278	10	12.628	
B	476.694	1	476.694	24.878
BS	95.806	5	19.161	
AB	0.056	2	0.028	0.006
ABS	45.944	10	4.594	
Total	1564.306	35		

まず、要因Aの水準別に要因Bの各水準に対するデータが列として書き出され、各列の平均値がそれぞれのデータ列の最後に続いている。その後、分散分析表が出力されている。リスト1の場合の各変動要因（SV）に対するp値は以下ようになる。

主効果A : $P(F_{2,10} > 30.504) \approx 0.0001$

$$\text{主効果B : } P(F_{1,5} > 24.878) \approx 0.004$$

$$\text{交互作用A} \times \text{B : } P(F_{2,10} > 0.006) \approx 0.994$$

すなわち、有意水準5%で、主効果Aおよび主効果Bは認められるが、交互作用A×Bの効果は認められない。