

質問紙（多肢選択）データの分析（双対尺度法）

質問項目が k 個、 j 番目の質問項目の選択肢数が c_j 個であるとします。すべての選択肢を列とし、被験者を行とする行列 F でデータを表します（表 1）。

表 1 多肢選択データ $F = (f_{ik})$

項目	項目 1	...	項目 j	...	項目 k
被験者	$q_{11} \cdots q_{1c_1}$...	$q_{j1} \cdots q_{jc_j}$...	$q_{k1} \cdots q_{kc_k}$
	x_1	...	x_h	...	x_m
被験者 1 y_1					
•					
•					
•					
被験者 i y_i			f_{ih}		
•					
•					
•					
被験者 n y_N					

表 1 では、 k 個の項目の選択肢数の総和を m とおいています。

$$m = \sum_j c_j$$

項目 1 から項目 k までのそれぞれの選択肢を順番に並べ、 x_1 から x_m までの数値を割り当てます。被験者にも同様に y_1 から y_N までの数値を割り当てます。

データ行列 F の i 行 h 列目の要素 f_{ih} の値は、被験者 i の h 番目の選択肢に対する選択結果を表します。選択肢の順番は表 1 のように項目 1 のものから項目 k のものまでを並べて数えます。項目 j の 1 番目の選択肢が表 1 での順番で h_1 番目であるとき、項目 j の c_j 番目の選択肢の表 1 における順番は $h_2 = h_1 + c_j - 1$ 番目となります。被験者 i が項目 j の r 番目の選択肢を選んでいるときは、対応する選択肢の列位置の値を 1 をおき、他の値は 0 とおきます。すなわち、

の選択肢の表 1 における順番は $h_2 = h_1 + c_j - 1$ 番目となります。被験者 i が項目 j の r 番目の選択肢を選んでいるときは、対応する選択肢の列位置の値を 1 をおき、他の値は 0 とおきます。すなわち、

$$f_{is} = \begin{cases} 1 & s = h_1 + r - 1 \text{ のとき} \\ 0 & \text{上以外のとき} \end{cases}$$

被験者 k 個の質問項目の各選択肢から 1 つを選ぶとすると

$$\sum_{j=1}^m f_{ij} = k$$

となります。

行単位での変動についての相関比

いま、被験者 i が s 番目の選択肢を選んでいるとき得点 x_s を与えたとき、表 1 全体にわたる得点の総変動量 SS_t は次式で与えられます。

$$\begin{aligned} SS_t &= \sum_i \sum_j (\text{個々の得点} - \text{全平均})^2 \\ &= \sum_i \sum_j (\text{個々の得点})^2 - \frac{(\text{総和})^2}{\text{総度数}} \\ &= \mathbf{x}' D \mathbf{x} - \frac{(\mathbf{1}'_n F \mathbf{x})^2}{\text{総度数}} \end{aligned}$$

ここで、 D は h 番目の対角要素の値が F の h 列目の要素の和

$$\sum_i f_{ih}$$

である対角行列、 $\mathbf{1}'_n$ は 1 を n 個並べた n 行の列ベクトルです。

いま、数値 x_h の値を

$$\mathbf{1}'_n F \mathbf{x} = 0 \quad (1)$$

であるようにとるとします。このとき、

$$SS_t = \mathbf{x}' D \mathbf{x}$$

となります。

個体間の変動分 SS_b は以下のようになります。

$$\begin{aligned} SS_b &= \sum_i \{(\text{被験者 } i \text{ の反応数}) \times (\text{被験者 } i \text{ の平均} - \text{全平均})^2\} \\ &= \sum_i \frac{(\text{被験者 } i \text{ についての和})^2}{(\text{被験者 } i \text{ の反応数})} - \frac{(\text{総和})^2}{\text{総度数}} \\ &= \mathbf{x}' F' D_n^{-1} F \mathbf{x} - \frac{(\mathbf{1}'_n F \mathbf{x})^2}{\text{総度数}} \\ &= \mathbf{x}' F' D_n^{-1} F \mathbf{x} \end{aligned}$$

ここで、 D_n は i 番目の対角要素の値が i 番目の被験者の反応数

$$\sum_s f_{is} = k$$

である対角行列です。

したがって、 SS_b と SS_t の比（相関比 η の2乗） η^2 は次式で与えられます。

$$\eta^2 = \frac{SS_b}{SS_t} = \frac{\mathbf{x}'F'D_n^{-1}F\mathbf{x}}{\mathbf{x}'D\mathbf{x}}$$

いま、

$$f_t = \text{総反応数} = Tr(D) = Tr(D_n)$$

とおきます。

$$SS_t = f_t$$

の制約下で η^2 の最大化をはかります。これは、上式の制約下で SS_b の最大化をはかることと同じです。ラグランジュの未定係数法を用いるため次の式を設定します。

$$Q = SS_b - \lambda(SS_t - f_t) = \mathbf{x}'F'D_n^{-1}F\mathbf{x} - \lambda(\mathbf{x}'D\mathbf{x} - f_t)$$

偏導関数を0とおきます。

$$\frac{\partial Q}{\partial \mathbf{x}} = 2F'D_n^{-1}F\mathbf{x} - \lambda 2D\mathbf{x} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \lambda} = -\mathbf{x}'D\mathbf{x} + f_t = 0 \quad (3)$$

(2) より

$$F'D_n^{-1}F\mathbf{x} = \lambda D\mathbf{x} \quad (4)$$

よって、

$$\mathbf{x}'F'D_n^{-1}F\mathbf{x} = \lambda \mathbf{x}'D\mathbf{x} \quad (4')$$

$$\lambda = \frac{\mathbf{x}'F'D_n^{-1}F\mathbf{x}}{\mathbf{x}'D\mathbf{x}} = \eta^2(\text{相関比})$$

(4) 式より

$$(D^{-1/2}F'D_n^{-1}FD^{-1/2})(D^{1/2}\mathbf{x}) = \lambda(D^{1/2}\mathbf{x})$$

λ と $D^{1/2}\mathbf{x}$ は、実対称行列 $D^{-1/2}F'D_n^{-1}FD^{-1/2}$ の固有値と固有ベクトルとして求めることができます。

いま、(4)式において $\mathbf{x} = \mathbf{1} = [1 \cdots 1]'$ すなわち1をm個並べた列ベクトルとおいてみま

す。このとき左辺は次のようにになります。

$$F'D_n^{-1}F\mathbf{1} = F'D_n^{-1} \begin{bmatrix} \sum_s f_{1s} \\ \vdots \\ \sum_s f_{is} \\ \vdots \\ \sum_n f_{ns} \end{bmatrix} = F'\mathbf{1}_n = \begin{bmatrix} \sum_i f_{i1} \\ \vdots \\ \sum_i f_{ih} \\ \vdots \\ \sum_i f_{im} \end{bmatrix}$$

右辺は次のようにになります。

$$D\mathbf{1} = \begin{bmatrix} \sum_i f_{i1} \\ \vdots \\ \sum_i f_{ih} \\ \vdots \\ \sum_i f_{im} \end{bmatrix}$$

左辺と右辺が同じ値なので次式が成り立ちます。

$$F'D_n^{-1}F\mathbf{1} = 1 \cdot D\mathbf{1}$$

ここで次式

$$\lambda = \eta^2 \leq 1$$

が成り立つことに注目すると、

$$D^{1/2}\mathbf{1}$$

は、(4) 式すなわち (4') 式の最大固有値 1 に対する固有ベクトルであることがわかります。

のことより、 $\lambda(<1)$ に対応する解 \mathbf{x} に対して

$$(D^{1/2}\mathbf{1})'(D^{1/2}\mathbf{x}) = 0$$

$$\mathbf{1}'D\mathbf{x} = \text{総和} = \mathbf{1}'_n F\mathbf{x} = 0$$

となり、(1) 式が満たされていることが分かります。固有値が 1 より小さいものを解として採用します。

列単位での変動についての相関比

行単位の場合と同様に考えます。各被験者 i に数値 y_i を当てはめると総変動量 SS_i は次式で与えられます。

$$SS_t = \sum \sum (\text{個々の得点})^2 - \frac{(\text{総和})^2}{(\text{総度数})}$$

$$= \mathbf{y}' D_n \mathbf{y} - \frac{(\mathbf{1}' F' \mathbf{y})^2}{\text{総度数}}$$

ここで

$$\text{総和} = \mathbf{1}' F' \mathbf{y} = 0 \quad (5)$$

と仮定すると

$$SS_t = \mathbf{y}' D_n \mathbf{y}$$

となります。

列間変動分 SS_b は次式で与えられます。

$$SS_b = \sum \frac{(\text{項目選択肢 } h \text{ についての和})^2}{\text{項目選択肢 } h \text{ の反応数}} - \frac{(\text{総和})^2}{\text{総反応数}}$$

$$= (F' \mathbf{y})' D^{-1} (F' \mathbf{y}) - 0$$

$$= \mathbf{y}' F D^{-1} F' \mathbf{y}$$

故に

$$\eta^2 = \frac{SS_b}{SS_t} = \frac{\mathbf{y}' F D^{-1} F' \mathbf{y}}{\mathbf{y}' D_n \mathbf{y}}$$

次式

$$SS_t = f_t = \text{総反応数}$$

の制約下で η^2 の最大化すなわち SS_b の最大化を考えます。ラグランジュ未定係数法を用いるため次式を設定します。

$$Q = SS_b - \nu (SS_t - f_t)$$

$$= \mathbf{y}' F D^{-1} F' \mathbf{y} - \nu (\mathbf{y}' D_n \mathbf{y} - f_t)$$

偏導関数を 0 とおきます。

$$\frac{\partial Q}{\partial \mathbf{y}} = 2 F D^{-1} F' \mathbf{y} - 2 \nu D_n \mathbf{y} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \nu} = -\mathbf{y}' D_n \mathbf{y} + f_t = 0 \quad (7)$$

(6) より

$$\mathbf{y}' F D^{-1} F' \mathbf{y} = \nu \mathbf{y}' D_n \mathbf{y}$$

ゆえに

$$\nu = \frac{\mathbf{y}' F D^{-1} F' \mathbf{y}}{\mathbf{y}' D_n \mathbf{y}} = \eta^2 (\text{相関比の2乗}) \leq 1$$

また、

$$FD^{-1} F' \mathbf{1}_n = FD^{-1} \left[\cdots \sum_i f_{ih} \cdots \right]' = F \mathbf{1} = \begin{bmatrix} \vdots \\ \sum_h f_{ih} \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$D_n \mathbf{1}_n = \begin{bmatrix} \vdots \\ \sum_h f_{ih} \\ \vdots \end{bmatrix}$$

ゆえに

$$FD^{-1} F' \mathbf{1}_n = 1 \cdot D_n \mathbf{1}_n$$

すなわち、1と $\mathbf{1}_n$ は(6)式より導かれる次式

$$D_n^{-1/2} FD^{-1} F' D_n^{-1/2} \cdot (D_n^{1/2} \mathbf{y}) = \nu \cdot (D_n^{1/2} \mathbf{y})$$

の最大固有値1とその固有ベクトル $D_n^{1/2} \mathbf{1}$ を与えます。

したがって、

$$0 = (D_n^{1/2} \mathbf{1})' (D_n^{1/2} \mathbf{y}) = \mathbf{1}' D_n \mathbf{y} = \text{総和}$$

となり、(5)式が満たされています。

積率相関係数

$$\text{和} = \mathbf{1}' D \mathbf{x}$$

および

$$\text{和} = \mathbf{1}'_n D_n \mathbf{y}$$

が0であるとき、次の相関係数

$$\rho \text{ (相関係数)} = \frac{\mathbf{y}' F \mathbf{x}}{\sqrt{\mathbf{x}' D \mathbf{x}} \sqrt{\mathbf{y}' D_n \mathbf{y}}}$$

を

$$\mathbf{x}' D \mathbf{x} = \mathbf{y}' D_n \mathbf{y} = f_t$$

の制約下で最大化することを考えます。この相関係数の最大化は、分母が制約条件により定数なので分子 $\mathbf{y}' F \mathbf{x}$ の最大化と同じことです。ラグランジュ未定係数法を用いるため次式を設定します。

$$Q = \mathbf{y}' F \mathbf{x} - \frac{1}{2} \alpha (\mathbf{x}' D \mathbf{x} - f_t) - \frac{1}{2} \beta (\mathbf{y}' D_n \mathbf{y} - f_t)$$

偏導関数を0とおきます。

$$\frac{\partial Q}{\partial \mathbf{x}} = F' \mathbf{y} - \alpha D \mathbf{x} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \mathbf{y}} = F \mathbf{x} - \beta D_n \mathbf{y} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \alpha} = -\frac{1}{2} (\mathbf{x}' D \mathbf{x} - f_t) = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \beta} = -\frac{1}{2} (\mathbf{y}' D_n \mathbf{y} - f_t) = 0 \quad (12)$$

(9) より

$$\mathbf{y}' F \mathbf{x} = \alpha \mathbf{x}' D \mathbf{x}$$

(10) より

$$\mathbf{y}' F \mathbf{x} = \beta \mathbf{y}' D_n \mathbf{y}$$

上の2式と (11)、(12) 式より次式を得ます。

$$\rho = \frac{\mathbf{y}' F \mathbf{x}}{\sqrt{\mathbf{x}' D \mathbf{x}} \sqrt{\mathbf{y}' D_n \mathbf{y}}} = \frac{\mathbf{y}' F \mathbf{x}}{\sqrt{f_t} \sqrt{f_t}} = \frac{\mathbf{y}' F \mathbf{x}}{f_t} = \frac{\mathbf{y}' F \mathbf{x}}{\mathbf{x}' D \mathbf{x}} = \alpha$$

同様に

$$\rho = \frac{\mathbf{y}' F \mathbf{x}}{f_t} = \frac{\mathbf{y}' F \mathbf{x}}{\mathbf{y}' D_n \mathbf{y}} = \beta$$

したがって、

$$\rho = \alpha = \beta$$

また、(9) 式と (10) 式より

$$F' D_n^{-1} F \mathbf{x} = \alpha \beta D \mathbf{x} = \rho^2 D \mathbf{x}$$

上式と (2) 式を比較して

$$\eta^2 = \rho^2$$

であり、(9) ~ (12) の解 \mathbf{x} は (2) の解でもあることがわかります。

同様に

$$F D^{-1} F' \mathbf{y} = \alpha \beta D_n \mathbf{y} = \rho^2 D_n \mathbf{y}$$

上式と (6) 式を比較して上の場合と同様に

$$\eta^2 = \rho^2$$

の関係式を得、(9) ~ (12) の解 \mathbf{y} は (6) の解でもあることがわかります。

また、(9) 式および (10) 式は2つの解 \mathbf{x} と \mathbf{y} の関係（双対性）を表しています。

項目得点の性質

項目の選択肢に与えられる数値 \mathbf{x} は次の (1) 式

$$\mathbf{1}'_n F \mathbf{x} = 0$$

を満たすが、上式は項目単位でも成り立っていることが次のようにしてわかります。

m 行 1 列の列ベクトルにおいて、1 番目の項目の選択肢に対応する位置に 1 、 i 番目の選択肢に対応する位置に -1 をおき、その他の要素を 0 に設定したものを \mathbf{J}_i で表します。

$$\mathbf{J}_i = \begin{bmatrix} 1 \cdots 1 & 0 \cdots 0 & \underbrace{-1 \cdots -1}_{i \text{ 番目の項目}} & 0 \cdots 0 \end{bmatrix}'$$

このとき、次式が成り立ちます。

$$F \mathbf{J}_i = \begin{bmatrix} 1 & \underbrace{-1}_{i \text{ 番目の項目における選択数の和の負数}} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \mathbf{0}$$

したがって、

$$F' D_n^{-1} F \mathbf{J}_i = \mathbf{0} = 0 \cdot D \mathbf{J}_i$$

すなわち、 $\mathbf{0}$ と $D^{1/2} \mathbf{J}_i$ は $D^{-1/2} F' D_n^{-1} F D^{-1/2}$ に対する固有値と固有ベクトルの組になっていきます。したがって、(4) 式のゼロでない固有値 λ に対する解 \mathbf{x} に対して次式が成り立ちます。

$$(D^{1/2} \mathbf{J}_i) (D^{1/2} \mathbf{x}) = 0$$

$$\mathbf{J}'_i D \mathbf{x} = 0$$

$$\begin{bmatrix} f_{11} \cdots f_{1c_1} & 0 \cdots 0 & \underbrace{-f_{i1} \cdots -f_{ic_i}}_{i \text{ 番目の項目における選択肢の列和}} & 0 \cdots 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} = 0 \quad (13)$$

いま、

$$\mathbf{f}'_1 = [f_{11} \cdots f_{1c_1}]' , \quad \mathbf{f}'_i = [f_{i1} \cdots f_{ic_i}]' ,$$

とおきます。このとき次式が成り立ちます。

$$\mathbf{1}'D = [\mathbf{f}_1' \cdots \mathbf{f}_k']$$

また、 \mathbf{x} は次式

$$\mathbf{1}'D\mathbf{x} = \mathbf{1}'_n F\mathbf{x} = 0$$

を満たすものとして求められています。すなわち、

$$\mathbf{1}'D\mathbf{x} = \mathbf{f}_1'\mathbf{x}_1 + \cdots + \mathbf{f}_k'\mathbf{x}_k = 0 \quad (14)$$

が成り立っています。ここで、 \mathbf{x}_i は i 番目の項目の選択肢に対する \mathbf{x} の要素の値を並べたものです。

また、式 (13) より

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_1'\mathbf{x}_1 - \mathbf{f}_i'\mathbf{x}_i &= 0 \\ \mathbf{f}_1'\mathbf{x}_1 &= \mathbf{f}_i'\mathbf{x}_i \end{aligned} \quad (15)$$

を導くことができます。

(14) 式と (15) 式より

$$k \cdot \mathbf{f}_1'\mathbf{x}_1 = 0$$

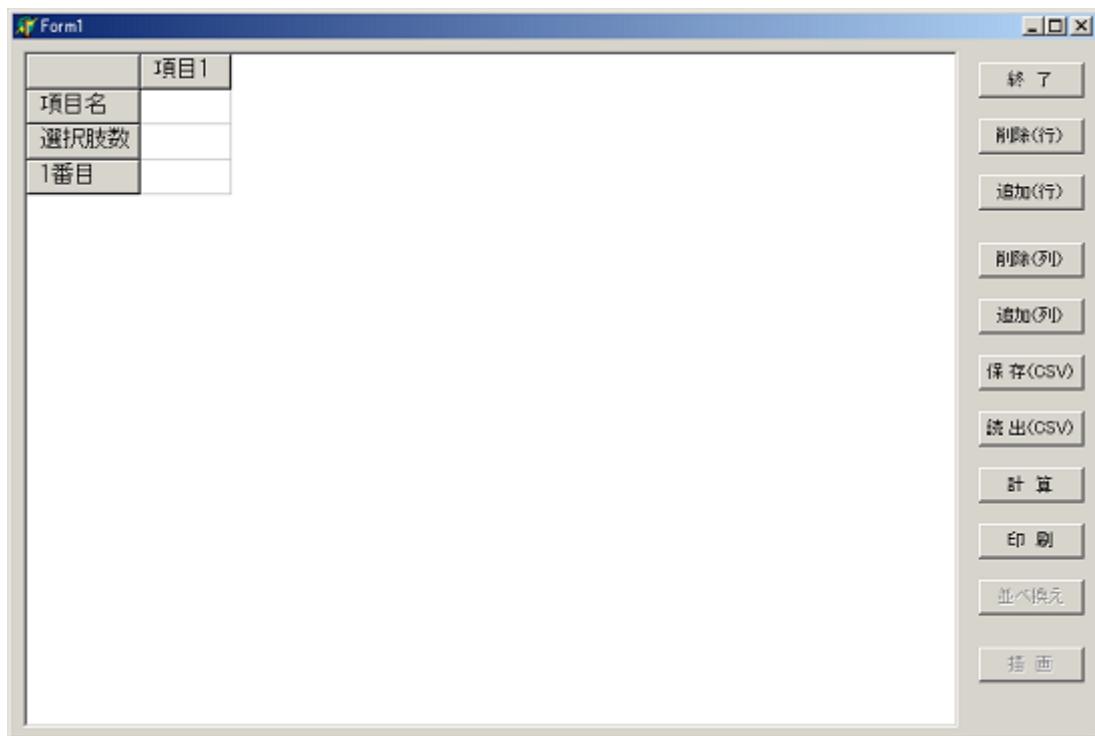
したがって、

$$\mathbf{f}_i'\mathbf{x}_i = 0, \quad i = 1, \dots, k$$

となります。

プログラム PDSQuest.dpr

双対尺度法による上の質問紙データの分析を行うプログラムが PDSQuest.dpr です。実行開始時のフォームは次図のようになっています。



「追加」ボタンのクリックで行および列を必要な数に設定します。設定したデータは「保存」ボタンのクリックでCSV形式のファイルに保存されます。この形式のファイルはExcelで開くことができます。保存したファイルは「読出」ボタンのクリックで読み込むことができます。Excelで作成されたデータもCSV形式で保存すれば「読出」ボタンのクリックによって読み込むことができます。

次図はデータ（西里、1982、表6.8）を設定した状態です。

「項目名」の行に各項目のラベルを設定します。ラベルの先頭 2 バイトの文字が Bi-Plot 図において用いられます。「選択肢数」の行には、その列の項目の選択肢の総数を設定します。上の図では、各項目の選択肢の数はすべて 3 に設定されています。4 行目から各行に被験者毎のデータを設定します。上の図では、1 番目の被験者は、項目 1 に対しては 3 番目の選択肢、項目 2 に対しては 1 番目の選択肢、・・・ というように選択肢を選んでいることを表しています。ここで、項目の選択肢の設定において以下のことに注意して下さい。

- すべての被験者同じ 1 つの選択肢を選んでいる項目は除く。例えば、項目 X に対してすべての被験者が第 2 番目の選択肢を選んでいるときは、項目 X はデータから除きます。全員が同じ選択肢を選んでいる項目は、被験者間の違いについての情報が含まれていません。このような項目を上の図のデータに含めると実行時エラーになります。
- 選択肢を表す数値は、1 から始まる連続した整数でなければならない。例えば、ある項目 A の選択肢が、1, 2, 3, 4, 5 と 5 選択肢あって、被験者によって選ばれた選択肢が 2, 4, 5 の 3 つであり、2 と 3 はどの被験者にも選ばれていないときは、

2 → 1

4 → 2

5 → 3

と読み替えて設定します。選択肢 2 が選ばれているときは 1, 5 が選ばれているときは 2 を上のグリッドのセルに設定します。また、このときの項目数は 3 を設定し

ます。

項目Bの選択肢が、「大好き」、「好き」、「どちらかといえば好き」、「わからない」、「どちらかといえば嫌い」、「嫌い」、「大嫌い」の7選択肢であるとき、被験者によって選択された選択肢が「大好き」、「好き」、「嫌い」の3つであり、他の4選択肢はどの被験者にも選ばれていなかったときは、

「大好き」 ——> 1

「好き」 ——> 2

「嫌い」 ——> 3

というように、選択肢を表す数値が1から始まる連続した整数値であるようにします。1から連続する整数値あればよいので、

「嫌い」 ——> 1

「大好き」 ——> 2

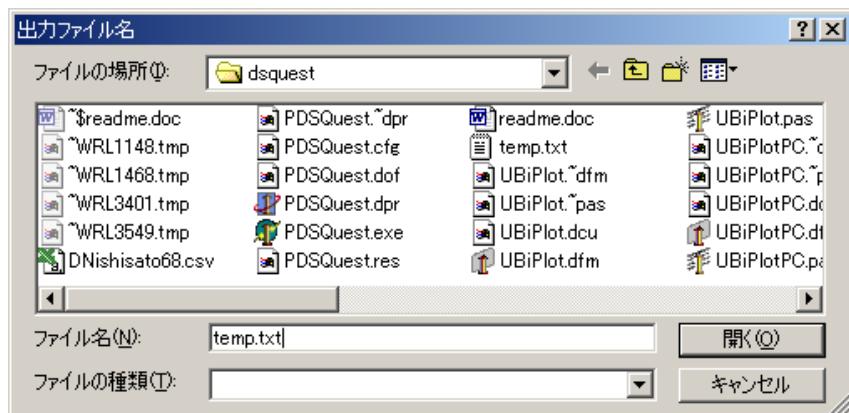
「好き」 ——> 3

というように整数値を割り振ってもかまいません。

いずれにせよ、この場合の選択肢数は3です。

上の図におけるグリッドに削除したい行あるいは列があるときは、その行あるいは列内のセルをクリックにしてアクティブにしてから「削除(行)」あるいは「削除(列)」ボタンをクリックします。

データの設定後、「計算」ボタンのクリックで計算が始まります。まず、計算結果を書き出すファイル名の設定を求めるダイアログボックスが次図のように表示されます。



計算結果はテキストファイルに書き出されるので、プログラムの実行終了後エディタで開いて見ることができます。

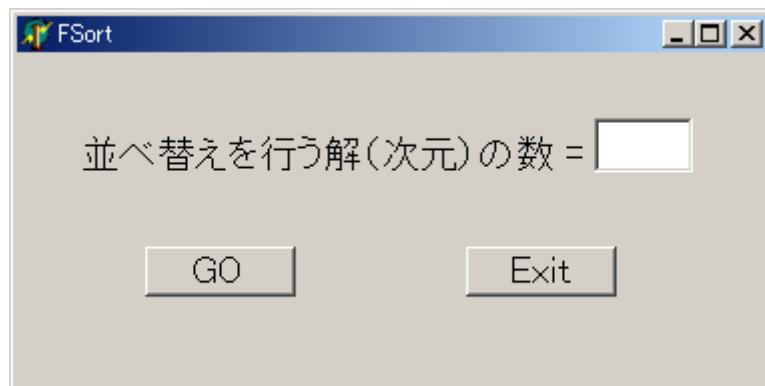
ダイアログボックスの「開く」ボタンのクリックで計算が始まり、計算が終了すると次図のようなフォームになります。

図1 計算終了後のフォーム

「並べ換え」ボタンと「描画」ボタンが **Enabled** になっています。「並べ換え」ボタンをクリックすると、解の次元 y の大小順にデータが並べ換えられて書き出されます。「描画」ボタンをクリックすると、Bi-Plot の図が描かれます。

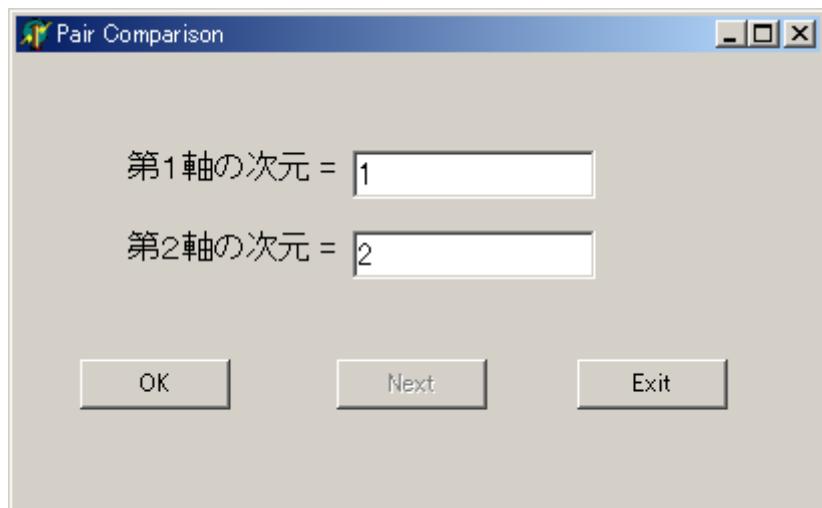
「並べ換え」ボタンをクリックすると次図のフォームが表示されます。

どの解（次元）で並べ替えを行うのかを設定してから「GO」ボタンをクリックします。並べ替えと結果の書き出しが終了すると次図のようなフォームになります。書き出しは「計算」ボタンのクリックで表示されたダイアログボックスで設定したファイルに書き出されているのでプログラムの実行終了後エディタで開いて見ることができます。



さらに他の解の値による並べ替えを行うときはその解の次元を設定して「GO」ボタンをクリックします。並べ替えを終了するときは「Exit」ボタンをクリックします。「Exit」ボタンをクリックすると図1のフォームに戻ります。

図1のフォームで「描画」ボタンをクリックすると次図のフォームが表示されます。



横軸（第1軸）と縦軸（第2軸）の数値を設定してから「OK」ボタンをクリックします。上図の設定で「OK」ボタンをクリックすると次図の画面になります。

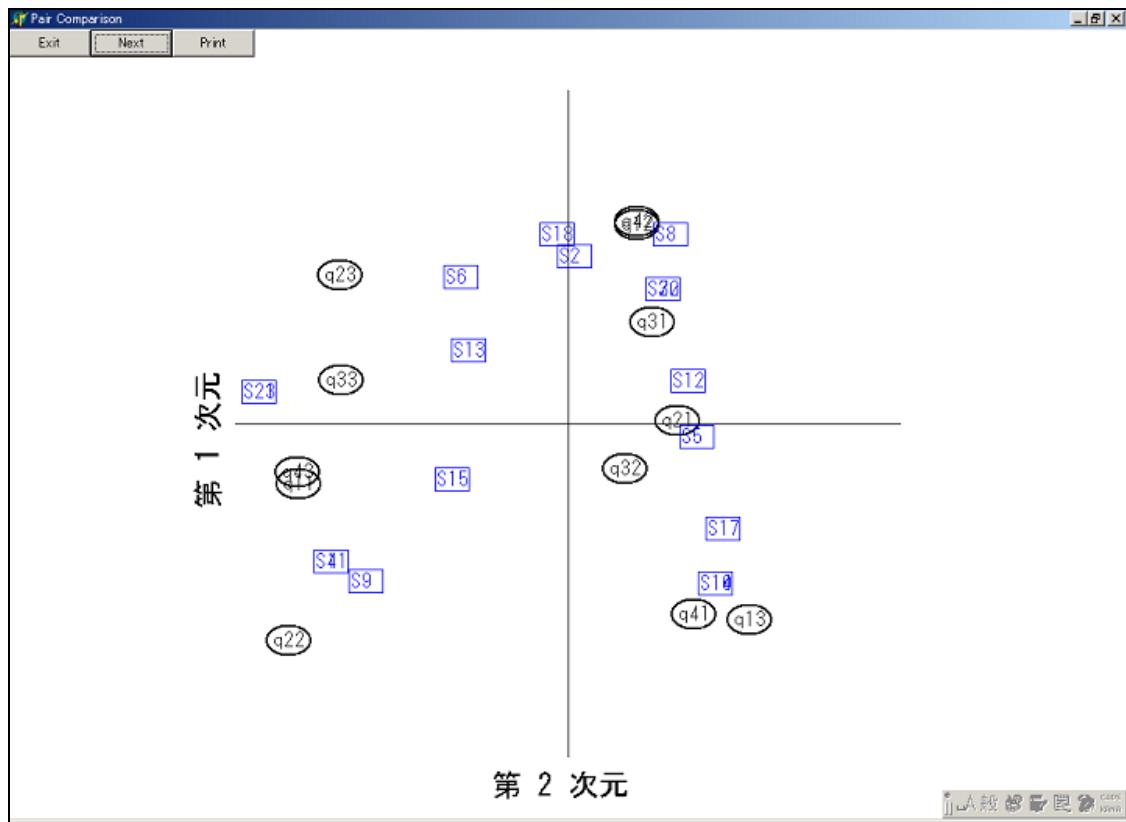


図 2 Bi-Plot

楕円が項目の選択肢を表します。楕円内の先頭 2 バイトは項目のラベル（項目名）の先頭 2 バイトが使われ、3 バイト目の数値がその項目の何番目の選択肢であるかを示しています。長方形は被験者を表しています。文字 S に続く数値で何人目の被験者であるかを表しています。

「Print」ボタンをクリックすると上図の Bi-Plot の図がプリンタに出力されます。

「Next」ボタンをクリックすると次図のフォームが表示されます。

描きたい次元（解）の組み合わせを設定してから「OK」ボタンをクリックすると、設定した次元の組み合わせで図 2 の Bi-Plot が描かれます。

「Exit」ボタンをクリックすると図1のフォームに戻ります。

図1のフォームで「終了」ボタンをクリックするとプログラムの実行終了となります。

プログラムの実行終了後、出力ファイルをエディタで見ると次のようにになっています。

```
D:\yasuharu\MyHomePage\jwu\openwww\dsquest\DNishisato68.csv

固有値 =
1
0.647942137370607
0.447757167030247
0.288576230374573
0.220326660854904
0.193769716949697
0.117311585925669
0.0553044866796104
0.0290120148146938

x =
-1.35473 -0.29999 0.14267 -0.31289 -0.27813 -0.02205 0.16979 -0.36808
0.34595 1.00009 -0.33236 -0.06789 0.43661 -0.02093 -0.35395 0.06536
0.90994 -0.98584 0.28464 0.40018 -0.28323 0.04896 0.28528 0.28404
0.55151 0.01641 -0.09776 0.11251 0.19153 -0.23112 0.10198 -0.10173
-1.40841 -1.08585 -0.87331 -1.38840 0.38779 0.73562 -0.03398 0.34783
-1.14974 0.74875 1.04603 0.59126 -1.05696 0.37278 -0.38242 0.14603
0.42533 0.51342 1.58218 -1.25252 0.18197 -0.41876 0.10687 0.11613
0.28614 -0.22517 -0.56008 0.02951 -0.42355 -0.02725 -0.11801 -0.04063
-1.14147 0.21974 0.30248 0.91940 1.04038 0.41130 0.24492 0.02085
0.63161 -0.95843 0.50790 0.01965 0.29224 0.28118 -0.33322 -0.15375
0.34651 1.01454 -0.27729 -0.16246 -0.28884 0.33110 0.33142 0.00467
-1.36190 -0.24389 -0.26125 0.21750 0.04361 -0.87157 -0.05284 0.19799

y =
0.73893 -0.80439 0.06269 0.29924 -0.12666 0.05239 -0.06800 -0.01771
0.03183 0.84091 -0.18845 0.42691 0.78357 0.35791 0.34483 -0.01590
0.47522 0.67469 -0.58987 -0.04705 -0.04785 0.03781 -0.04099 -0.10614
-1.19228 -0.69301 -0.72226 -0.77456 -0.15350 -0.13521 -0.03725 0.20125
0.65038 -0.06727 -0.30273 0.20225 -0.45667 0.08883 0.63856 0.21481
-0.53812 0.73852 1.16047 -0.60537 -0.81894 0.19202 0.23989 -0.14860
0.47522 0.67469 -0.58987 -0.04705 -0.04785 0.03781 -0.04099 -0.10614
0.51845 0.95064 0.40710 -0.72987 0.29605 -0.24796 0.19807 0.12393
-1.01653 -0.79375 0.03711 -0.40598 0.81911 1.02629 0.05052 -0.22476
0.73893 -0.80439 0.06269 0.29924 -0.12666 0.05239 -0.06800 -0.01771
-1.19228 -0.69301 -0.72226 -0.77456 -0.15350 -0.13521 -0.03725 0.20125
0.60700 0.21352 0.77252 -0.63287 0.62606 -0.28439 -0.50849 -0.10858
-0.49876 0.37075 -0.18098 0.62929 0.97237 -0.51993 -0.06367 0.26783
0.73893 -0.80439 0.06269 0.29924 -0.12666 0.05239 -0.06800 -0.01771
-0.58357 -0.28120 -0.36133 0.02483 -0.26497 -0.84085 0.10729 -0.45859
0.73893 -0.80439 0.06269 0.29924 -0.12666 0.05239 -0.06800 -0.01771
0.78216 -0.52845 1.05966 -0.38358 0.21724 -0.23338 0.17106 0.21237
-0.05315 0.94830 -0.05757 0.20794 -0.75691 0.47861 -0.55594 0.25750
0.73893 -0.80439 0.06269 0.29924 -0.12666 0.05239 -0.06800 -0.01771
0.47522 0.67469 -0.58987 -0.04705 -0.04785 0.03781 -0.04099 -0.10614
-1.55533 0.15863 0.57239 0.75378 -0.14261 -0.07995 -0.02184 -0.00470
0.47522 0.67469 -0.58987 -0.04705 -0.04785 0.03781 -0.04099 -0.10614
-1.55533 0.15863 0.57239 0.75378 -0.14261 -0.07995 -0.02184 -0.00470

第1次元での並べ換え

21 1 3 3 3 -1.555
23 1 3 3 3 -1.555
4 1 2 2 3 -1.192
11 1 2 2 3 -1.192
9 1 2 3 1 -1.017
15 1 1 2 3 -0.584
6 1 3 1 2 -0.538
13 2 1 3 3 -0.499
18 2 3 2 2 -0.053
2 2 1 3 2 0.032
3 2 1 2 2 0.475
7 2 1 2 2 0.475
20 2 1 2 2 0.475
22 2 1 2 2 0.475
8 2 1 1 2 0.518
12 2 1 1 1 0.607
5 3 1 2 2 0.650
19 3 1 2 1 0.739
```

16	3	1	2	1	0.739
1	3	1	2	1	0.739
14	3	1	2	1	0.739
10	3	1	2	1	0.739
17	3	1	1	1	0.782

固有値の書き出しに続いて、**x**の値、続いて**y**の値が書き出されている。「並べ替え」ボタンがクリックされた場合は、「第何次元での並べ換え」の表題の後、その並べ替えの結果が書き出されている。上のリストの場合、第1次元での並べ替えが行われている。各行は被験者の番号で始まり、続いて各項目の選択肢が書き出されている。行の最後の数値は解の値である。解1での並べ替えの場合、項目1での選択肢の順番と解1の順番がきれいに対応していることがわかる。すなわち、解1は項目1に対応するものである（西里、1982、p.161）。

参考文献

- (1) 西里静彦 (1982) 「質的データの数量化一双対尺度法とその応用一」、朝倉書店
- (2) S. Nishisato (1994). *Elements of Dual Scaling*. LEA