

## Magnitude 推定法

この方法は刺激の主観的な強さの判断を被験者に直接求める方法です。いま、刺激の物理量が  $j$  である刺激の主観的強度を  $y$  とするとき、べき法則のもとでは次の関係式が成り立ちます。

$$y = a(j + b)^c \quad (1)$$

ここで、 $y$  が比(率)尺度 ratio scale であるとき、 $a$  は単位を決めるものとして任意にとれます。ここでの実験では、1つの刺激を標準刺激として、標準刺激の主観的強度との比率の判断を求めますが、この標準刺激の  $y$  の値が1であるように  $a$  の値をとったときは、標準刺激と比べたときの比率を主観的尺度値とすることができます。標準刺激と比べて判断を求める刺激を比較刺激といいます。

実験で得られた、比較刺激  $j_i$  の標準刺激に対する主観的強度の比の判断値を  $\hat{y}_i$  とするとき、(1)式で与えられる主観的強度  $y$  の値

$$y_i = a(j_i + b)^c$$

が  $\hat{y}_i$  にできるだけ近くなるように  $a$ 、 $b$ 、 $c$  の値を求めます。すなわち、次式

$$SSE = \sum_i (\hat{y}_i - y_i)^2 = \sum_i \{\hat{y}_i - a(j_i + b)^c\}^2$$

の値が最小になるように  $a$ 、 $b$ 、 $c$  の値を求めます。上式を最小にする  $a$ 、 $b$ 、 $c$  の値は、サンプルプログラム PMagEst.dpr および PMagEstFromData.dpr では、偏導関数

$$\frac{\partial SSE}{\partial a} = \sum 2\{\hat{y}_i - a(j_i + b)^c\} \{- (j_i + b)^c\}$$

$$\frac{\partial SSE}{\partial b} = \sum 2\{\hat{y}_i - a(j_i + b)^c\} \{-ac(j_i + b)^{c-1}\}$$

$$\frac{\partial SSE}{\partial c} = \sum 2\{\hat{y}_i - a(j_i + b)^c\} \{-a[\log(j_i + b)](j_i + b)^c\}$$

を用いない、Rosenbrock の方法<sup>1</sup>で求めています。

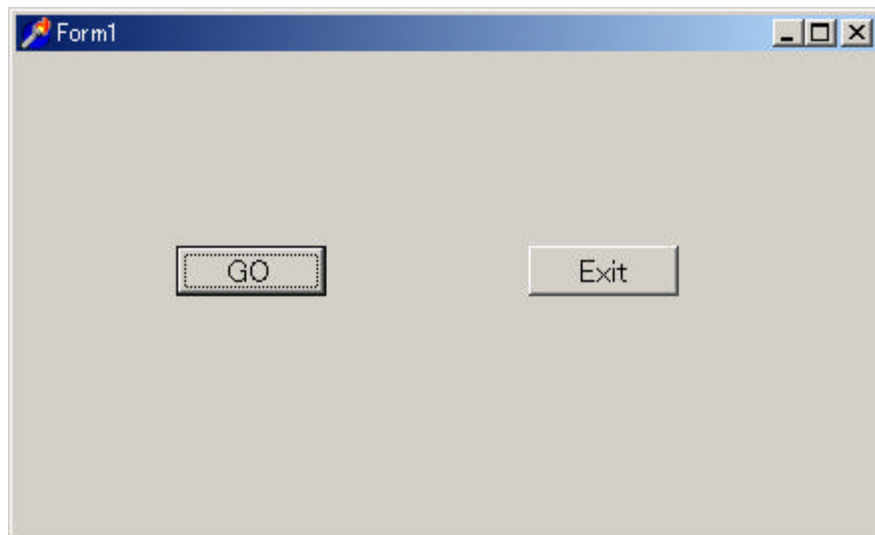
サンプルプログラム PMagEstFromData.dpr は  $SSE$  を最小にする  $a$ 、 $b$ 、 $c$  の値を求め、データ点  $(j_i, y_i)$  と曲線  $y = a(j + b)^c$  の描画を行うものです。プログラム PMagEst.dpr は、Magnitude 推定法の実験とその分析結果の表示を行うものです。まず、PMagEst.dpr について説明します。

---

<sup>1</sup> この方法については、<http://www.ikuta.jwu.ac.jp/~yokamoto/openwww/num/opt3/>を参照して下さい。

PMagEst.dpr

このプログラムを実行すると次のようなフォームが表示されます。



「GO」ボタンのクリックで次の画面になります。



図1 「ここをクリックして下さい」の部分のクリックで図2の画面になる

図 1 の画面における「ここをクリックして下さい」の部分をクリックすると図 2 の画面になります。

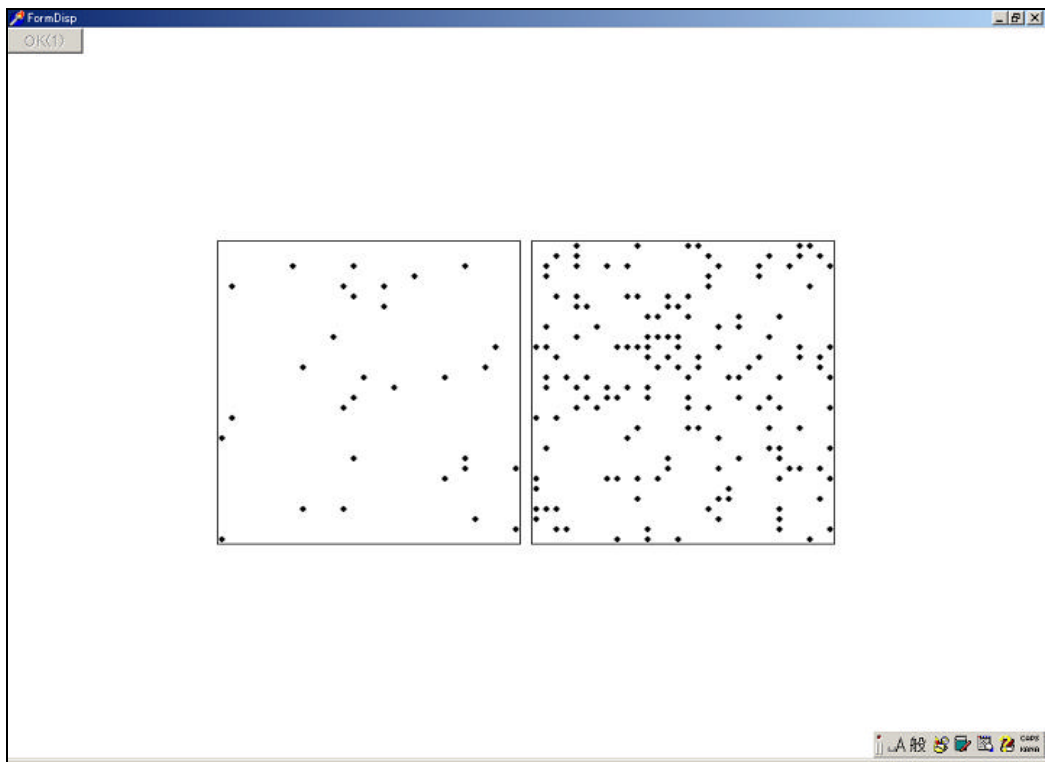


図 2 ドットパターンの提示

図 2 のドットパターンは、左側が標準刺激、右側が比較刺激です。標準刺激はドット数が 30 個、比較刺激は 45、65、100、150、220 個の 5 種類です。右側に提示された比較刺激のドット数が左側のドット数の何倍くらいと感じられるかの判断をします。図 2 の提示後、2 秒が経過すると図 3 の画面になります。

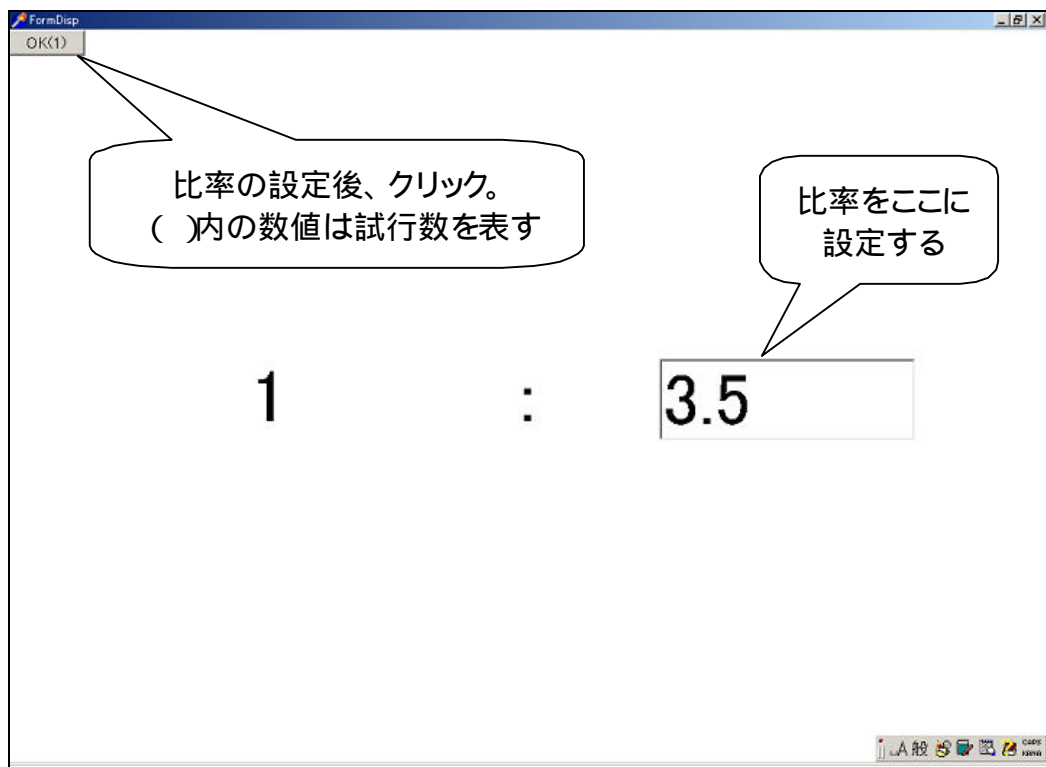
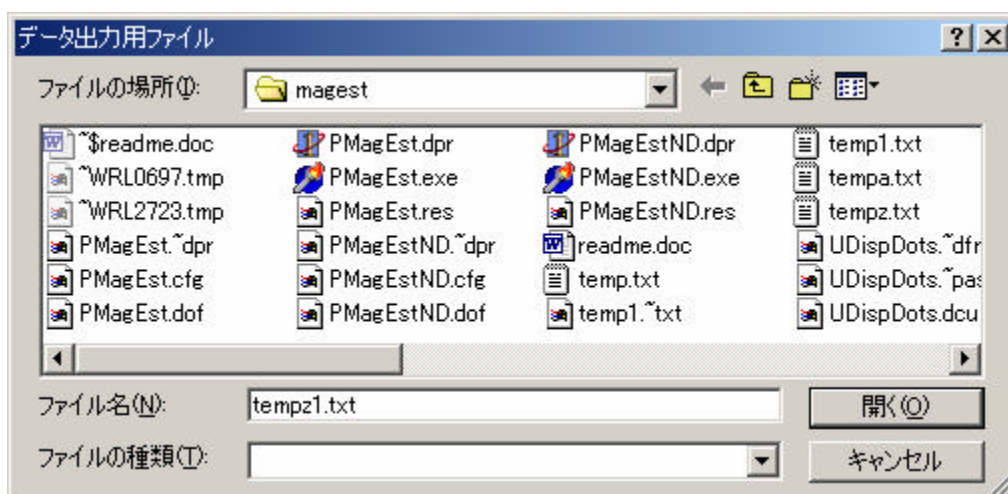


図3 比率を設定後「OK」ボタンをクリック

エディットコンポーネントに、図2の画面で判断した標準刺激に対する比較刺激のドット数の主観的比率を設定して、「OK」ボタンをクリックします。「OK」ボタンのクリックで設定した比率の値が読み込まれ、図1に戻ります。5つの標準刺激に対して4回の判断が求められるので全体で20試行になります。20試行が終了すると次図のように出力用ファイル名の設定を求めるダイアログボックスが提示されます。



この出力用ファイルにデータと分析結果が書き出されます。ファイルはテキストファイルなのでプログラムの実行終了後テキストエディタで開いて見ることができます。

ファイル名の設定後、「開く」ボタンをクリックすると計算が始まり、計算結果が図4のように表示されます。

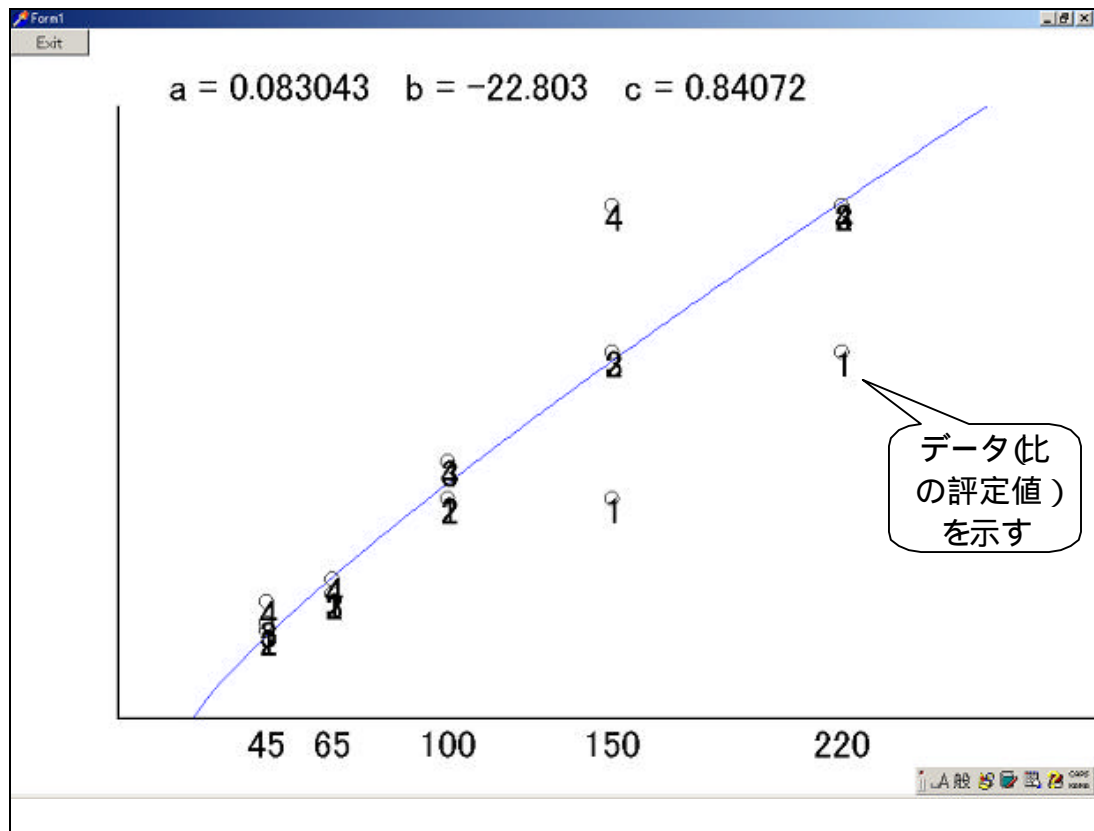
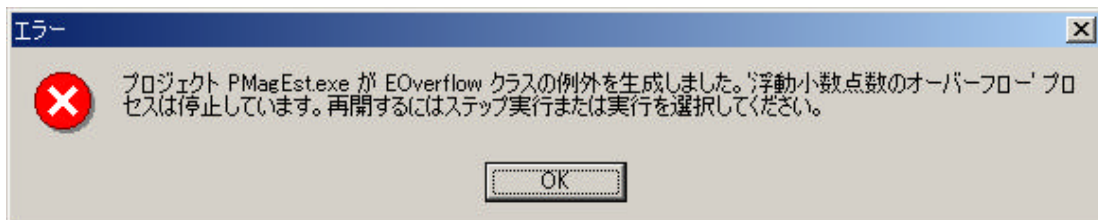


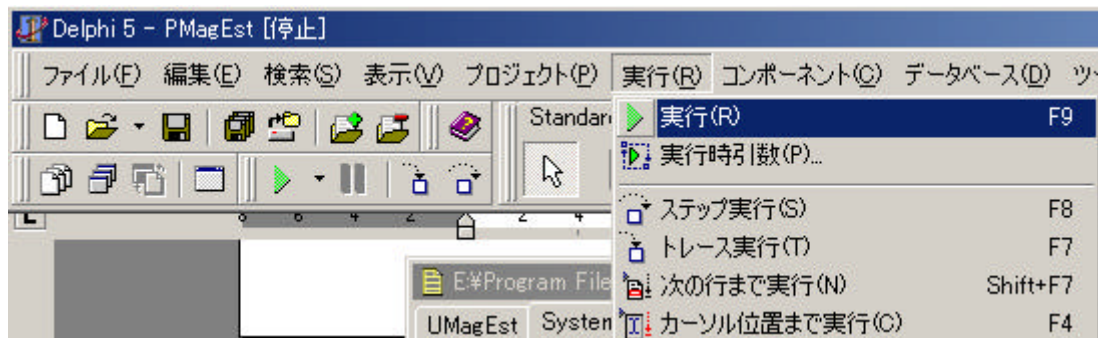
図4 結果の表示

求めたパラメータの値は画面上部に表示されています。このパラメータ値に対する(1)式の関数が青色の曲線で示されています。小円は横軸の座標値で表されている比較刺激に対する比率の評定値を表し、その右下の数値は評定値を大小順に並べたときの順位です。

計算では極値探索法が用いられていますが、その探索がうまくいかなかったときは次図のようなエラーメッセージが表示されます。実行形式の\*.exe ファイルをダブルクリックなどで直接実行したときは図5の例外生成処理によるダイアログボックスが提示されます。



「OK」ボタンのクリック後、次図のように Delphi の「実行 | 実行」メニューをクリックします。

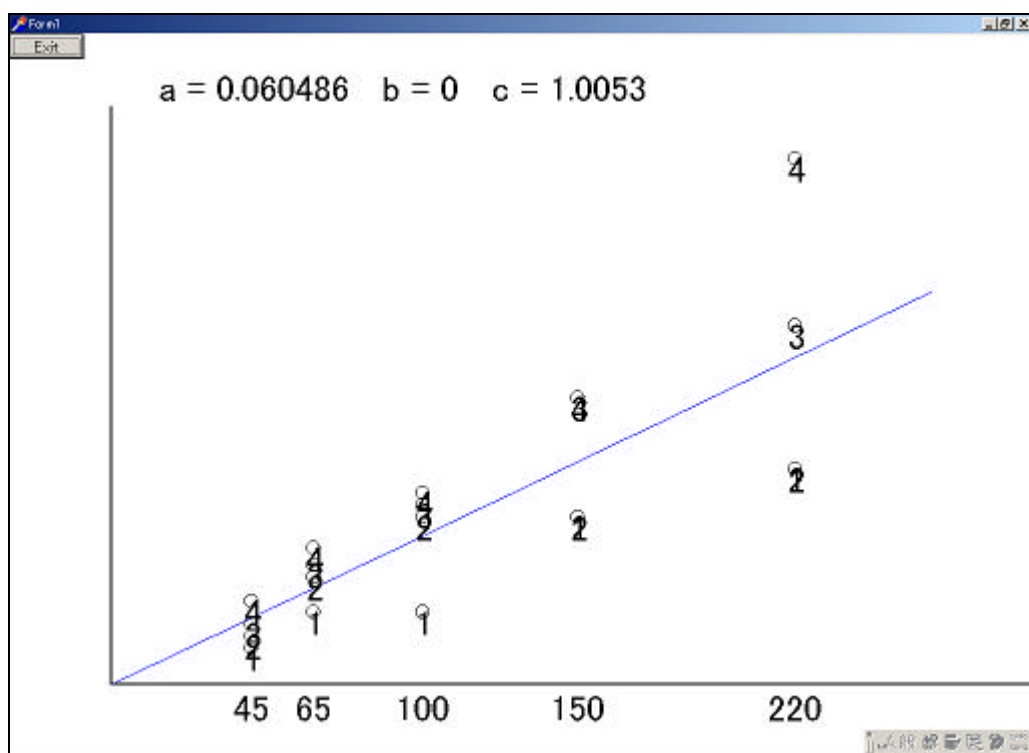


「実行 | 実行」のクリックで図5のダイアログボックスが提示されます。



図5 例外の処理で提示されるダイアログボックス

「OK」ボタンのクリックで次図のように「b=0」の制約条件での分析結果が表示されます。



この「b=0」の制約条件での解は、次の回帰モデルの解として求められています。

$$\log y = \log a + c \log j$$

## PMagEstFromData.dpr

このプログラムは、magnitude 推定法のデータ ( $j_i, y_i$ ) を入力して  $SSE$  を最小にするパラメタ  $a$ 、 $b$ 、 $c$  を求めるものです。このプログラムを起動すると次のフォームが表示されます。

	物理値	評定値
第 1 刺激		

「追加」ボタンをクリックしてグリッドの行数を増やし、データがすべて入力できるようにします。

	物理値	評定値
第 1 刺激	1	1.1
第 2 刺激	2	3.9
第 3 刺激	3	8.8
第 4 刺激	4	16.6
第 5 刺激	5	25

図 6 データの設定

行数を増やした後、データを図 6 のように設定します。「第  $i$  刺激」の行の物理値欄に第  $i$

番目の刺激の物理量 $j_i$ を、評価値欄に magnitude 推定値 $y_i$ を設定します。行数を増やし過ぎて、データの設定されていない空白行ができたときは、「削除」ボタンのクリックで行を削除します。削除は、アクティブなセルを含む行が削除されます。セルは、そのクリックによりアクティブになります。したがって、空白セルをクリックしてから「削除」ボタンをクリックします。「挿入」ボタンのクリックによる行の挿入は、アクティブなセルの下に行われます。

図6のように設定されたデータは、「保存」ボタンのクリックでファイルに保存することができます。データはテキストファイルとして保存されます。保存されたデータは「読出」ボタンのクリックで図6のようにグリッド内に読み込むことができます。

図6のようにデータを設定後、「計算」ボタンをクリックすると計算が始まります。計算が始まると、まず計算結果を書き出す出力用ファイルの名前の設定を求めるダイアログボックスが次図のように表示されます。

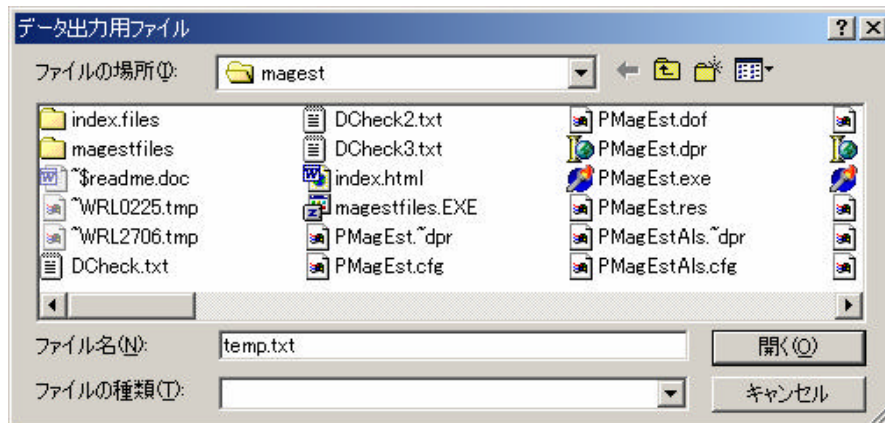


図7 出力用ファイル名の設定

出力ファイル名を適当に設定して「開く」ボタンをクリックすると計算が始まります。出力ファイルには、テキストファイルとして書き出されるので、プログラムの終了後エディタなどで開いて見ることが出来ます。

図7の「開く」ボタンのクリックで始まる計算が終了すると、計算結果が図8のように表示されます。



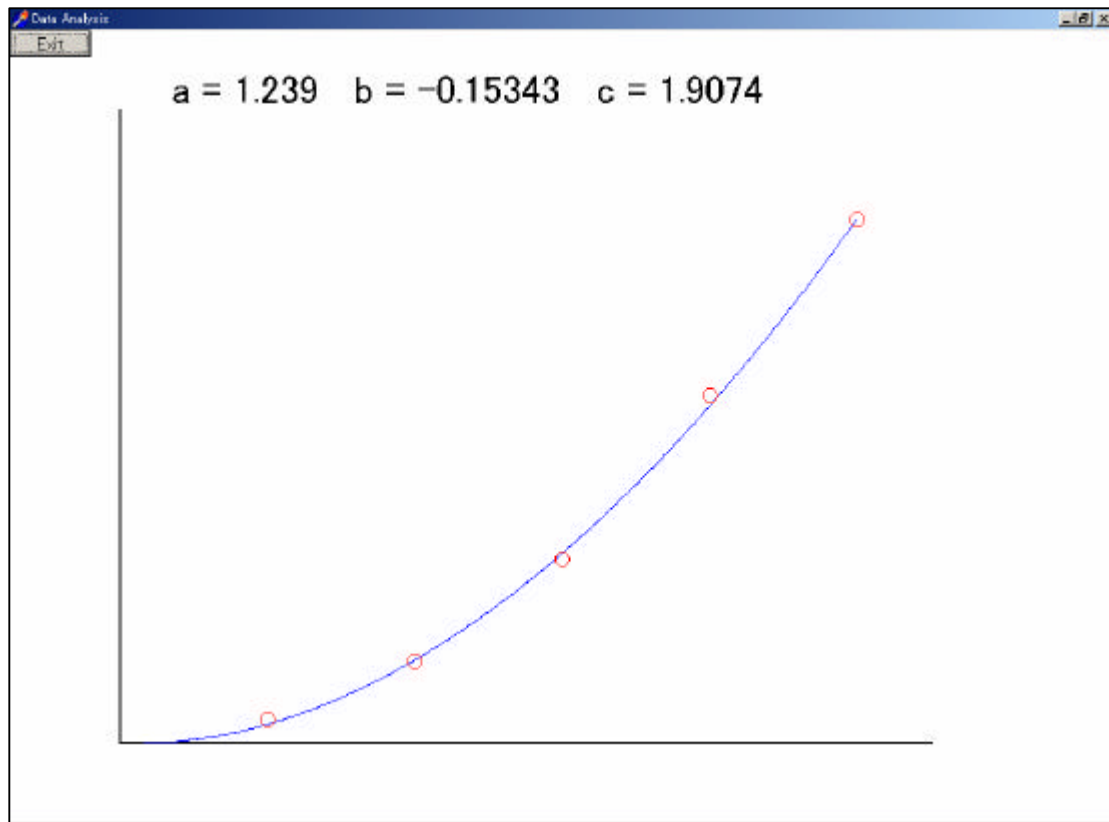


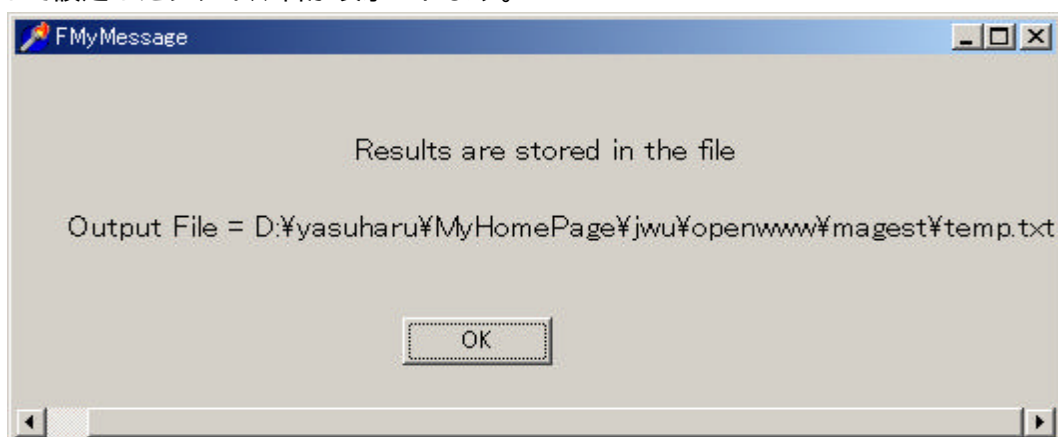
図 8 計算結果の表示

青の曲線が、 $SSE$  を最小にするパラメタ値  $a$ 、 $b$ 、 $c$  によるべき関数

$$y = a(j + b)^c$$

を表します。小さい赤丸は、図 6 で設定されたデータ  $(j_i, y_i)$  を表しています。

図 8 の画面左上の「Exit」ボタンをクリックすると、次図のように出力用ファイルの名前として設定したファイル名が表示されます。



このファイル名表示のフォーム上の「OK」ボタンをクリックすると、プログラムの実行終了となります。プログラムの実行終了後、出力用ファイルを開くとリスト 1 のようにな

っています。

リスト1 出力ファイルの例

```

a = 1.06131915177122   b = 0   c = 1.95546110398383
1: St = 1  Rt = 1.1  Est.Rt = 1.06131915177122
2: St = 2  Rt = 3.9  Est.Rt = 4.11621877182865
3: St = 3  Rt = 8.8  Est.Rt = 9.09574040023576
4: St = 4  Rt = 16.6 Est.Rt = 15.9643373525091
5: St = 5  Rt = 25   Est.Rt = 24.6975945991505

a = 1.238993
b = -0.1534325
c = 1.907439
1: St = 1  Rt = 1.1  Est.Rt = 0.901753359333077
2: St = 2  Rt = 3.9  Est.Rt = 3.99157380511071
3: St = 3  Rt = 8.8  Est.Rt = 9.11295664630837
4: St = 4  Rt = 16.6 Est.Rt = 16.1830545254608
5: St = 5  Rt = 25   Est.Rt = 25.1473824656038

```

第1行目の  $a$ 、 $b$ 、 $c$  の値は、 $b = 0$  の条件のもとでパラメタ値を回帰分析によって求めたものです。すなわち、

$$y = aj^c \quad (2)$$

を

$$\log y = \log a + c \cdot \log j$$

と変形して、データ  $(\log j_i, \log y_i)$  について回帰分析を行って  $a$  と  $b$  の値を求めたものです。これらのパラメタ値の書き出しの次行から、これらのパラメタ値を用いたときの (2) 式による値が書き出されています。St の値が物理量  $j_i$ 、Rt の値が評定値  $y_i$  であり、続いて Est.RT の値として (2) 式の値  $aj_i^c$  が書き出されています。

次に、上の (2) 式による回帰分析によって求めたパラメタ値を初期値として、(1) 式による  $SSE$  を最小値とするパラメタ値を Rosenbrock の方法で求めた値が書き出されています。その後、それらのパラメタ値による (1) 式の値が、先の (2) 式による場合と同じように書き出されています。