

正規スコアとプログラムの使用法

正規スコアは、正規化順位法（佐藤、1978）で用いられるもので、標準正規分布からの n 個のサンプルの k 番目の大きさの値の期待値である。この値は、次式で算出される（Harter, 1961）。

$$E(x_{k|n}) = \frac{n!}{(n-k)!(k-1)!} \int_{-\infty}^{\infty} x \left[\frac{1}{2} - \Phi(x) \right]^{k-1} \left[\frac{1}{2} + \Phi(x) \right]^{n-k} \phi(x) dx \quad (1)$$

ここで、 $x_{k|n}$ は標準正規分布からの n 個のサンプルを大きさの順に並べたときの k 番目の大きさのものの値である。また、

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right), \quad \Phi(x) = \int_0^x \phi(z) dz$$

である。

このとき、上式は以下のように解釈できる。

$\phi(x)dx$ は、値 x をとる確率である。

$\left[\frac{1}{2} - \Phi(x) \right]$ は、 x より大きい値をとる確率 $\int_x^{\infty} \phi(z) dz$ である。

$\left[\frac{1}{2} + \Phi(x) \right]$ は、 x より小さい値をとる確率 $\int_{-\infty}^x \phi(z) dz$ である。

したがって、(1) 式の中の

$$\left[\frac{1}{2} - \Phi(x) \right]^{k-1} \left[\frac{1}{2} + \Phi(x) \right]^{n-k}$$

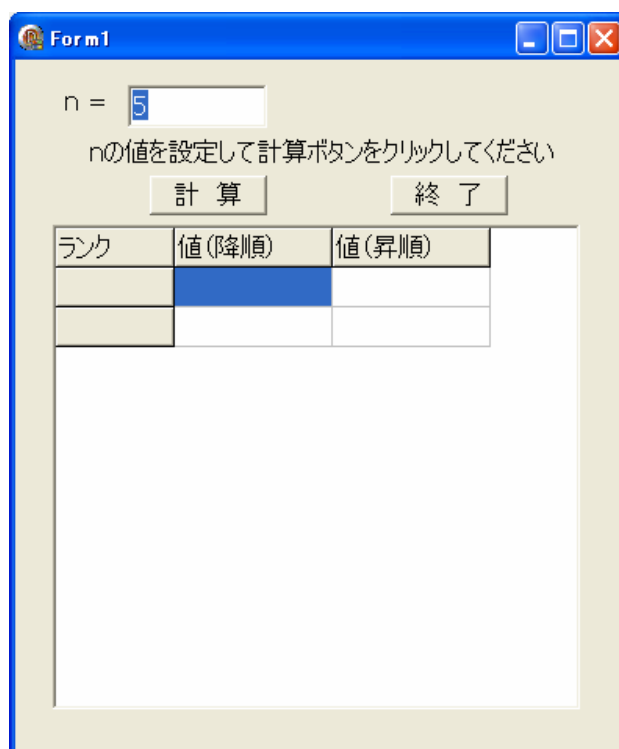
は、 $k-1$ 個のものが x より大きい値をとり、 $(n-k)$ のものが x より小さい値をとる確率を表す。

次式

$$\frac{n!}{(n-k)!(k-1)!}$$

は、 n 個のものから x より小さい値をとるものを $(n-k)$ 個選び、残りの k 個のものから値 x をとるものを 1 つ選ぶ場合の数を表している。

プログラムを起動すると図 1 のフォームが表示される。



Form1

n = 5

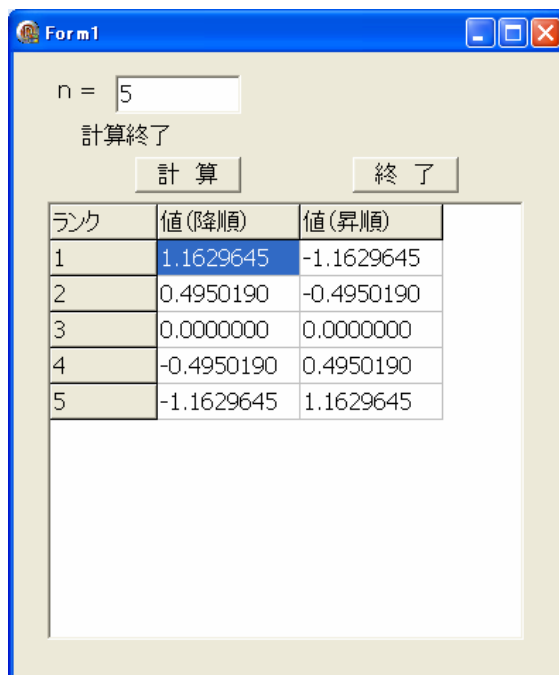
nの値を設定して計算ボタンをクリックしてください

計算 終了

ランク	値(降順)	値(昇順)

図 1

n の値を設定して (400 以下) 「計算」 ボタンをクリックすると計算が始まり、図 2 のように表示される。



Form1

n = 5

計算終了

計算 終了

ランク	値(降順)	値(昇順)
1	1.1629645	-1.1629645
2	0.4950190	-0.4950190
3	0.0000000	0.0000000
4	-0.4950190	0.4950190
5	-1.1629645	1.1629645

図 2

正規スコアは、順位（ランク）の数値が小さいものに大きい値を与えるものと、逆にランクの小さいものに小さい値を与えるものの2つの場合を示されている。これは、ランクの数値が小さいものが上位を表す場合と下位を表す場合の2つの場合を想定したものである。正規スコアを用いるときは、どちらか順位の表す内容に合う方を用いる。

参考文献

Harter, H. L. 1961. Expected values of normal order statistics. *Biometrika*, 48, 151-165.

佐藤信「官能検査入門」日科技連、1978 .