

## 正規スコアとプログラムの使用法

正規スコアは、正規化順位法（佐藤、1978）で用いられるもので、標準正規分布からの  $n$  個のサンプルの  $k$  番目の大さの値の期待値である。この値は、次式で算出される（Harter, 1961）。

$$E(x_{k|n}) = \frac{n!}{(n-k)!(k-1)!} \int_{-\infty}^{\infty} x \left[ \frac{1}{2} - \Phi(x) \right]^{k-1} \left[ \frac{1}{2} + \Phi(x) \right]^{n-k} \phi(x) dx \quad (1)$$

ここで、 $x_{k|n}$  は標準正規分布からの  $n$  個のサンプルを大きさの順に並べたときの  $k$  番目の大きさのものの値である。また、

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right), \quad \Phi(x) = \int_0^x \phi(z) dz$$

である。

このとき、上式は以下のように解釈できる。

$\phi(x)dx$  は、値  $x$  をとる確率である。

$\left[ \frac{1}{2} - \Phi(x) \right]$  は、 $x$  より大きい値をとる確率  $\int_x^{\infty} \phi(z) dz$  である。

$\left[ \frac{1}{2} + \Phi(x) \right]$  は、 $x$  より小さい値をとる確率  $\int_{-\infty}^x \phi(z) dz$  である。

したがって、(1)式の中の

$$\left[ \frac{1}{2} - \Phi(x) \right]^{k-1} \left[ \frac{1}{2} + \Phi(x) \right]^{n-k}$$

は、 $k-1$  個のものが  $x$  より大きい値をとり、 $(n-k)$  のものが  $x$  より小さい値をとる確率を表す。

次式

$$\frac{n!}{(n-k)!(k-1)!}$$

は、 $n$  個のものから  $x$  より小さい値をとるものを  $(n-k)$  個選び、残りの  $k$  個のものから値  $x$  をとるものを 1 つ選ぶ場合の数を表している。

プログラムを起動すると図 1 のフォームが表示される。

Form1

n =

nの値を設定して計算ボタンをクリックしてください

ランク	値(降順)	値(昇順)

図 1

$n$  の値を設定して (400 以下) 「計算」ボタンをクリックすると計算が始まり、図 2 のように表示される。

Form1

n =

計算終了

ランク	値(降順)	値(昇順)
1	1.1629645	-1.1629645
2	0.4950190	-0.4950190
3	0.0000000	0.0000000
4	-0.4950190	0.4950190
5	-1.1629645	1.1629645

図 2

正規スコアは、順位（ランク）の数値が小さいものに大きい値を与えるものと、逆にランクの小さいものに小さい値を与えるものの2つの場合を示されている。これは、ランクの数値が小さいものが上位を表す場合と下位を表す場合の2つの場合を想定したものである。正規スコアを用いるときは、どちらか順位の表す内容に合う方を用いる。

### 参考文献

- Harter, H. L. 1961. Expected values of normal order statistics. Biometrika, 48, 151-165.  
佐藤信「官能検査入門」日科技連、1978 .