

# 被験者間 1 要因・被験者内 1 要因分散分析

被験者間 1 要因 A、および被験者内 1 要因 B のモデルを次のようにおく。

$$Y_{ijk} = \mathbf{m} + \mathbf{a}_j + \mathbf{h}_{i/j} + \mathbf{b}_k + (\mathbf{ab})_{jk} + (\mathbf{hb})_{ik/j} + \mathbf{e}_{ijk}$$

ここで、

主効果 A

$$\mathbf{a}_j = \mathbf{m}_j - \mathbf{m}$$

主効果 B

$$\mathbf{b}_k = \mathbf{m}_k - \mathbf{m}$$

交互作用 A B

$$(\mathbf{ab})_{jk} = \mathbf{m}_{jk} - \mathbf{m}_j - \mathbf{m}_k + \mathbf{m}$$

$$= \mathbf{m}_{jk} - (\mathbf{m}_j - \mathbf{m}) - (\mathbf{m}_k - \mathbf{m}) - \mathbf{m}$$

ij 番目の被験者固有の効果

$$\mathbf{h}_{i/j} = \mathbf{m}_{ij} - \mathbf{m}_j$$

$A_j$  と  $B_k$  との交互作用による効果を調整した、ij 番目の被験者と要因 B の水準 k との交互作用

$$\begin{aligned} (\mathbf{hb})_{ik/j} &= (\mathbf{m}_{ijk} - \mathbf{m}) - (\mathbf{m}_k - \mathbf{m}) - (\mathbf{m}_{ij} - \mathbf{m}) - (\mathbf{ab})_{jk} \\ &= \mathbf{m}_{ijk} - \mathbf{m}_{ij} - \mathbf{m}_{jk} + \mathbf{m}_j \end{aligned}$$

である。

データ値  $Y_{ijk}$  の平方和を次のように分解する。

$$\begin{aligned} SS &= \sum (Y_{ijk} - \bar{Y}_{\dots})^2 \\ &= b \sum_{i,j} (\bar{Y}_{ij\dots} - \bar{Y}_{\dots\dots})^2 + \sum_{i,j,k} (\bar{Y}_{ijk\dots} - \bar{Y}_{ij\dots})^2 \end{aligned}$$

$$= SS_{B \cdot S} + SS_{W \cdot S}$$

ここで

$$\begin{aligned} SS_{B \cdot S} &= b \sum_{i,j} (\bar{Y}_{ij \bullet} - \bar{Y}_{\bullet \bullet \bullet})^2 \\ &= nb \sum_j (\bar{Y}_{\bullet j \bullet} - \bar{Y}_{\bullet \bullet \bullet})^2 + b \sum_{i,j} (\bar{Y}_{ij \bullet} - \bar{Y}_{\bullet j \bullet})^2 \\ &= SS_A + SS_{S/A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SS_{W \cdot S} &= \sum_{i,j,k} (\bar{Y}_{ijk} - \bar{Y}_{ij \bullet})^2 \\ &= na \sum_k (\bar{Y}_{\bullet \bullet k} - \bar{Y}_{\bullet \bullet \bullet})^2 + n \sum_{j,k} (\bar{Y}_{\bullet jk} - \bar{Y}_{\bullet j \bullet} - \bar{Y}_{\bullet \bullet k} + \bar{Y}_{\bullet \bullet \bullet})^2 + \sum_{i,j,k} (\bar{Y}_{ijk} - \bar{Y}_{ij \bullet} - \bar{Y}_{\bullet jk} + \bar{Y}_{\bullet j \bullet})^2 \\ &= SS_B + SS_{AB} + SS_{SB/A} \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned} SS_A &= nb \sum_j (\bar{Y}_{\bullet j \bullet} - \bar{Y}_{\bullet \bullet \bullet})^2 \\ SS_{S/A} &= b \sum_{i,j} (\bar{Y}_{ij \bullet} - \bar{Y}_{\bullet j \bullet})^2 \\ SS_B &= na \sum_k (\bar{Y}_{\bullet \bullet k} - \bar{Y}_{\bullet \bullet \bullet})^2 \\ SS_{AB} &= n \sum_{j,k} (\bar{Y}_{\bullet jk} - \bar{Y}_{\bullet j \bullet} - \bar{Y}_{\bullet \bullet k} + \bar{Y}_{\bullet \bullet \bullet})^2 \\ SS_{SB/A} &= \sum_{i,j,k} (\bar{Y}_{ijk} - \bar{Y}_{ij \bullet} - \bar{Y}_{\bullet jk} + \bar{Y}_{\bullet j \bullet})^2 \end{aligned}$$

である。

これらの平方和の期待値は以下のようになる。

$$EMS_A = \mathbf{s}_e^2 + b\mathbf{s}_{S/A}^2 + nb\mathbf{q}_A^2$$

$$EMS_{S/A} = \mathbf{s}_e^2 + b\mathbf{s}_{S/A}^2$$

$$EMS_B = \mathbf{s}_e^2 + \mathbf{s}_{SB/A}^2 + na\mathbf{q}_B^2$$

$$EMS_{AB} = \mathbf{s}_e^2 + \mathbf{s}_{SB/A}^2 + n\mathbf{q}_{AB}^2$$

$$EMS_{SB/A} = \mathbf{s}_e^2 + \mathbf{s}_{SB/A}^2$$

ここで、

$$\mathbf{q}_A^2 = \frac{\sum \mathbf{a}_j^2}{a-1}$$

$$\mathbf{q}_B^2 = \frac{\sum \mathbf{b}_k^2}{b-1}$$

$$\mathbf{q}_{AB}^2 = \frac{\sum (\mathbf{ab})_{jk}^2}{(a-1)(b-1)}$$

$$\mathbf{s}_e^2 = E(\mathbf{e}_{ijk}^2)$$

$$\mathbf{s}_{S/A}^2 = E(\mathbf{h}_{i/j}^2)$$

$$\mathbf{s}_{SB/A}^2 = E((\mathbf{hb})_{ik/j}^2)$$

である。

以上より、分散分析表は表 1 のように作成される。

表 1 分散分析表

変動要因	平方和	自由度	平均平方和	F 比
被験者間	$SS_{B.S}$	$an - 1$		
A	$SS_A$	$a - 1$	$MS_A$	$MS_A / MS_{S/A}$
残差 ( A )	$SS_{S/A}$	$a(n - 1)$	$MS_{S/A}$	
被験者内	$SS_{W.S}$	$an(b - 1)$		
B	$SS_B$	$b - 1$	$MS_B$	$MS_B / MS_{SB/A}$
A × B	$SS_{AB}$	$(a - 1)(b - 1)$	$MS_{AB}$	$MS_{AB} / MS_{SB/A}$
残差 ( B )	$SS_{SB/A}$	$a(n - 1)(b - 1)$	$MS_{SB/A}$	
全体	$SS$	$anb - 1$		

プログラム PANNOVA1Btwn1Wthn.dpr は、表 1 の分散分析表を算出するものである。このプログラムを実行すると、図 1 のフォームが表示される。

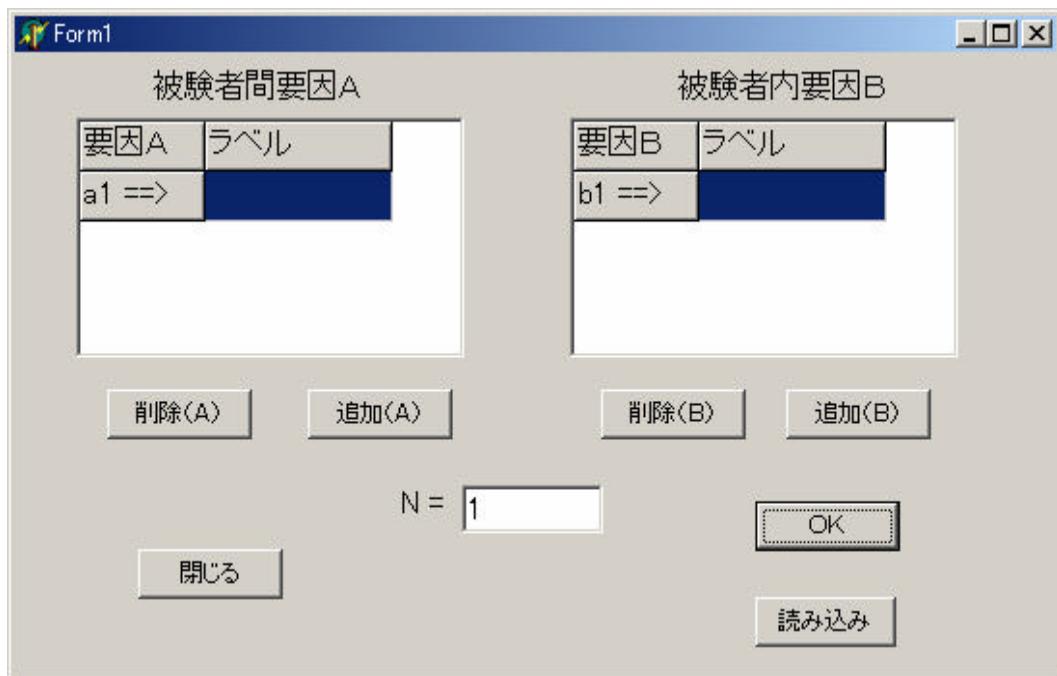


図1 起動時のフォーム

新しくデータを設定するときは、「追加」あるいは「削除」ボタンをクリックし、それぞれの要因の水準数に合わせて StringGrid 内のセルの行数を調節する。「ラベル」欄に各水準のラベルを設定する。これらのラベルは出力において用いられる。「N =」の右側の Edit コンポーネントには、要因 A の各水準におけるデータ数（被験者数）を設定する。

表2のデータの場合、要因 A が 3 水準、a1, a2, a3、要因 B が 2 水準、b1, b2、であり、被験者間要因 A の各水準  $a_j$  における被験者が 3 人ずつであるので、図2のように設定する。

表2 データ例

要因 A 水準 a1		
要因 B		
被験者	水準 b1	水準 b2
1	5	6
2	4	8
3	6	7
要因 A 水準 a2		
要因 B		
被験者	水準 b1	水準 b2
1	8	9
2	6	7
3	7	8
要因 A 水準 a3		
要因 B		
被験者	水準 b1	水準 b2
1	3	5
2	1	3
3	2	6

Form1

被験者間要因A		被験者内要因B	
要因A	ラベル	要因B	ラベル
a1 ==>	a1	b1 ==>	b1
a2 ==>	a2	b2 ==>	b2
a3 ==>	a3		

N =

図2 水準数とデータ数の設定

図 2 のように設定後、「OK」ボタンをクリックする。「OK」ボタンのクリックにより図 3 のフォームが表示される。

a1	a2	a3
	b1	b2
1番目	b1	
2番目		
3番目		

図 3 データ設定用フォーム

表 2 における要因 A の水準 a1 に対するデータを図 4 のように設定する。

a1	a2	a3
	b1	b2
1番目	5	6
2番目	4	8
3番目	8	7

図 4 データの設定

水準 a2、水準 a3 に対するデータは、ラベル「a2」、「a3」の付いたタブをクリックしてそ

それぞれのページを表示して行う。図5はタブ「a2」をクリックしたときのものである。

The screenshot shows a Windows-style application window titled 'CalcForm'. On the left is a 3x3 grid table:

a1	a2	a3
	b1	b2
1番目		
2番目		
3番目		

The 'a2' column header and the 'b1' cell under it are highlighted in dark blue. To the right of the table are four buttons: '保存' (Save), '計算' (Calculate), '印刷' (Print), and '終了' (Exit).

図5 タブ「a2」をクリックしたフォーム

表2における水準 a2 に対するデータを図6のように設定する。

The screenshot shows the same application window as before, but now the data in the table has been populated:

a1	a2	a3
	b1	b2
1番目	8	9
2番目	6	7
3番目	7	8

The 'a2' column header and the 'b1' cell under it are highlighted in dark blue. The other cells contain numerical values.

図6 水準 a2 に対するデータの設定

水準 a3 に対するデータも同様に図7のように設定する。

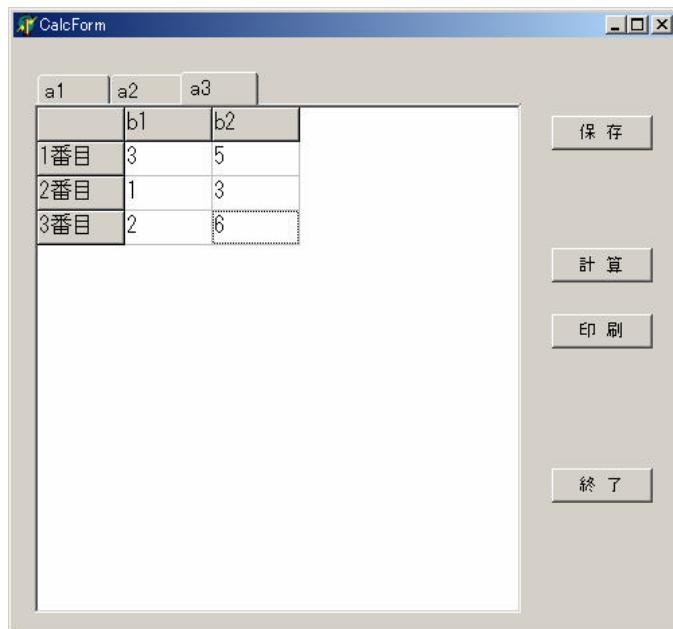


図7 水準 a3 に対するデータの設定

すべてのデータの設定後、「計算」ボタンをクリックすると計算が始る。また、設定したデータは「保存」ボタンのクリックで保存することができる。「保存」ボタンをクリックすると図8のダイアログボックスが表示される。

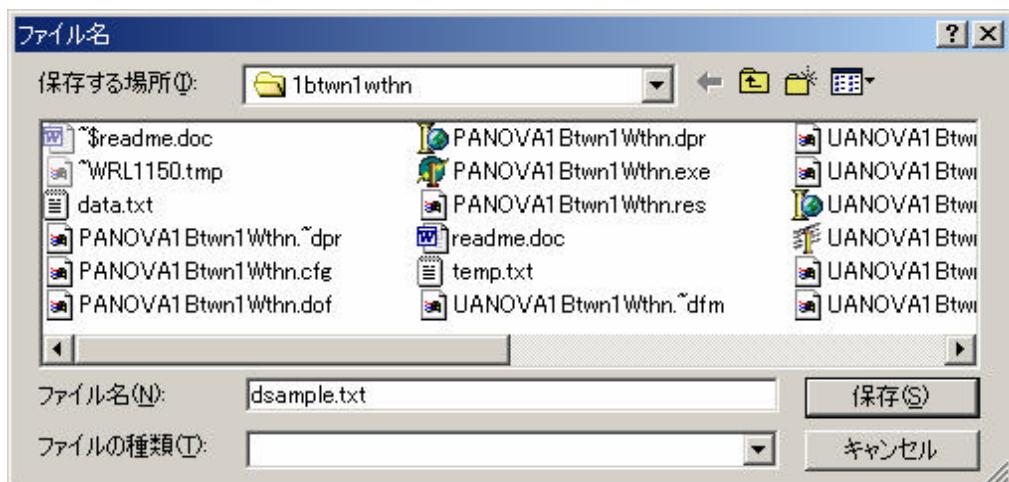


図8 データ保存用ファイル名の設定

ファイル名の設定後、ダイアログボックスの「保存」ボタンをクリックすると、設定したファイル名でデータが保存される。保存したデータは、図1のフォームにおいて「読み込み」ボタンをクリックすると読み込むことができる。「読み込み」ボタンをクリックすると、図9のダイアログボックスが表示される。

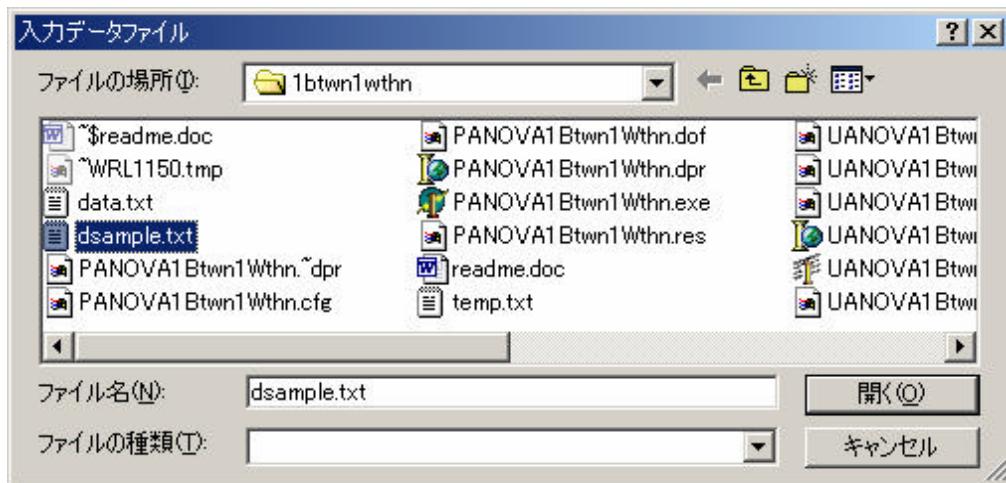


図9 データ読み込みファイル名の設定

ファイル名の設定後、「開く」ボタンをクリックすると図10のように読み込まれる。

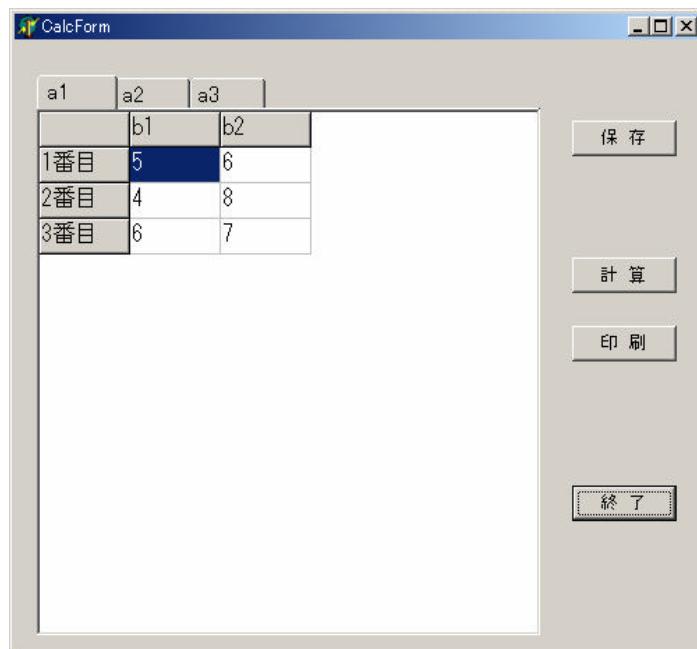


図 1.0 データの読み込まれた状態

設定されているデータは、「印刷」ボタンのクリックですべてプリンタに出力される。

すべてのデータが設定されている状態（図7、図10）において「計算」ボタンをクリックすると、分散分析の計算が始まる。「計算」ボタンのクリックで、まず図11のダイアログボックスが表示される。

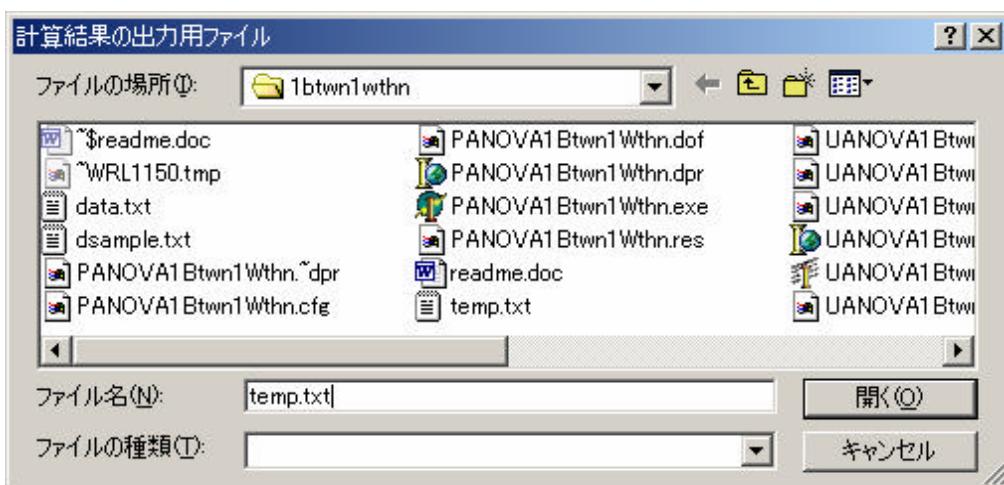


図 1 1 計算結果出力用ファイル名の設定

設定した名前のファイルに計算結果がテキストファイルとして書き出される。図 1 1 のダイアログボックスにおける「開く」ボタンのクリックで計算が始る。計算が終了すると、「終了」ボタンがアクティブになる（図 1 2）。

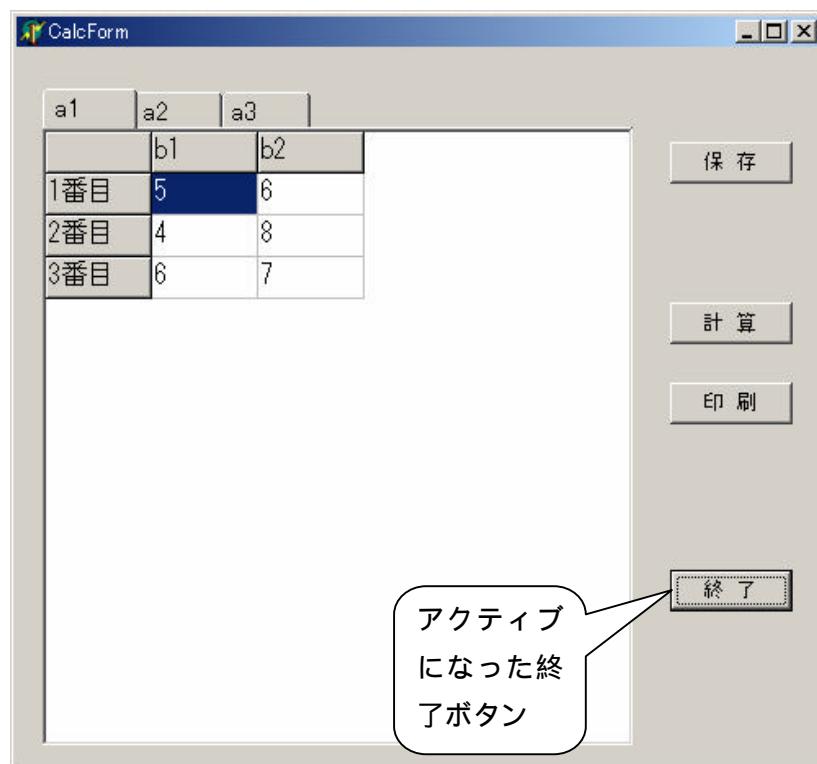


図 1 2 計算終了時のフォーム

「終了」ボタンのクリックによりプログラムの実行が終了する。実行終了後、図 1 1 で設定した名前のファイルを開いて計算結果を見ることができる。表 2 のデータの場合の計算

結果の出力は、リスト 1 のようになっている。

### リスト 1 計算結果例

要因 A : 被験者間要因		要因 B : 被験者内要因	
<b>要因 A &lt; a1 &gt;</b>			
	b1	b2	
1	5	6	
2	4	8	
3	6	7	
平均	5	7	
<b>要因 A &lt; a2 &gt;</b>			
	b1	b2	
1	8	9	
2	6	7	
3	7	8	
平均	7	8	
<b>要因 A &lt; a3 &gt;</b>			
	b1	b2	
1	3	5	
2	1	3	
3	2	6	
平均	2	4.666667	
SV	SS	df	
Between S	63.7777778	8	
A	53.4444444	2	26.7222222
S/A	10.3333333	6	1.7222222
Within S	22.5	9	
B	16.0555556	1	16.0555556
AB	2.1111111	2	1.05555556
SB/A	4.3333333	6	0.72222222
Total	86.2777778	17	
			F
			15.516129
			22.2307692
			1.46153846

まず、要因 A の水準別に要因 B の各水準に対するデータが列として書き出され、各列の平均値がそれぞれのデータ列の最後に続いている。その後、分散分析表が出力されている。

リスト 1 の場合の各変動要因 ( SV ) に対する p 値は以下のようになる。

$$\text{主効果 A} : P(F_{2,6} > 15.516) \approx 0.004$$

$$\text{主効果 B} : P(F_{1,6} > 22.23) \approx 0.003$$

$$\text{交互作用 A} \times \text{B} : P(F_{2,6} > 1.46) \approx 0.30$$

すなわち、有意水準 5 % で、主効果 A および主効果 B は認められるが、交互作用 A × B の効果は認められない。