

被験者内 2 要因分散分析

被験者内 2 要因、A および B、のモデルにおける平方和を次のように分解する。ただし、 Y_{ijk} は、 i 番目の被験者に対する要因 A の水準 j 、要因 B の水準 k におけるデータであり、要因 A の水準数は a 、要因 B の水準数は b 、被験者数は n であるとする。

$$\begin{aligned} SS &= \sum_{i,j,k} (Y_{ijk} - \bar{Y}_{\dots\dots})^2 \\ &= SS_S + SS_A + SS_{AS} + SS_B + SS_{BS} + SS_{AB} + SS_{ABS} \\ &= SS_S + SS_{W,S} \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned} SS_S &= ab \sum_i (\bar{Y}_{i\dots\dots} - \bar{Y}_{\dots\dots})^2 \\ SS_{W,S} &= SS - SS_S = SS_A + SS_{AS} + SS_B + SS_{BS} + SS_{AB} + SS_{ABS} \\ SS_A &= nb \sum_j (\bar{Y}_{\dots j\dots} - \bar{Y}_{\dots\dots})^2 \\ SS_{AS} &= b \sum_{i,j} (\bar{Y}_{ij\dots} - \bar{Y}_{i\dots\dots} - \bar{Y}_{\dots j\dots} + \bar{Y}_{\dots\dots})^2 \\ SS_B &= na \sum_k (\bar{Y}_{\dots\dots k} - \bar{Y}_{\dots\dots})^2 \\ SS_{BS} &= a \sum_{i,k} (\bar{Y}_{i\dots k} - \bar{Y}_{i\dots\dots} - \bar{Y}_{\dots\dots k} + \bar{Y}_{\dots\dots})^2 \\ SS_{AB} &= n \sum_{j,k} (\bar{Y}_{\dots jk} - \bar{Y}_{\dots j\dots} - \bar{Y}_{\dots \dots k} + \bar{Y}_{\dots\dots})^2 \\ SS_{ABS} &= SS - (SS_S + SS_A + SS_{AS} + SS_B + SS_{BS} + SS_{AB}) \end{aligned}$$

である。

上記の各平方和の平均の期待値は次のようになる。

$$EMS_A = \sigma_e^2 + b\sigma_{AS}^2 + bn\theta_A^2$$

$$EMS_{AS} = \sigma_e^2 + b\sigma_{AS}^2$$

$$EMS_B = \sigma_e^2 + a\sigma_{BS}^2 + an\theta_B^2$$

$$EMS_{BS} = \sigma_e^2 + a\sigma_{BS}^2$$

$$EMS_{AB} = \sigma_e^2 + \sigma_{ABS}^2 + n\theta_{AB}^2$$

$$EMS_{ABS} = \sigma_e^2 + \sigma_{ABS}^2$$

以上より、分散分析表を表 1 のように作成する。

表 1 分散分析表

変動因	平方和	自由度	平均平方和	F 比
被験者間	SS_S	$n - 1$		
被験者内	$SS_{W.S}$	$n(ab - 1)$		
A	SS_A	$a - 1$	MS_A	MS_A / MS_{AS}
残差 (A)	SS_{AS}	$(n - 1)(a - 1)$	MS_{AS}	
B	SS_B	$b - 1$	MS_B	MS_B / MS_{BS}
残差 (B)	SS_{BS}	$(n - 1)(b - 1)$	MS_{BS}	
A × B	SS_{AB}	$(a - 1)(b - 1)$	MS_{AB}	MS_{AB} / MS_{ABS}
残差 (A × B)	SS_{ABS}	$(n - 1)(a - 1)(b - 1)$	MS_{ABS}	
全体	SS	$nab - 1$		

プログラム PANOVA2Wthn.dpr は、表 1 の分散分析表を算出するものである。このプログラムを実行すると、図 1 のフォームが表示される。

図1 起動時のフォーム

新しくデータを設定するときは、「追加」あるいは「削除」ボタンをクリックし、それぞれの要因の水準数に合わせて StringGrid 内のセルの行数を調節する。「ラベル」欄に各水準のラベルを設定する。これらのラベルは出力において用いられる。「N =」の右側の Edit コンポーネントには、被験者の数を設定する。

表2 のデータの場合、要因 A が 3 水準、a1、a2、a3、要因 B が 2 水準、b1、b2、であり、被験者が 6 人である。

表2 データ例

要因 A						
	a1		a2		a3	
要因 B						
被験者	b1	b2	b1	b2	b1	b2
1	37	41	46	53	49	59
2	42	47	48	56	55	59
3	45	46	48	53	53	53
4	37	50	47	55	48	57
5	40	56	46	55	47	59
6	38	42	49	56	53	62

表2 のデータに対応する図1 のフォームでの設定は図2 のようになる。

Form1

被験者内要因A			被験者内要因B		
要因A	ラベル		要因B	ラベル	
a1 ==>	a1		b1 ==>	b1	
a2 ==>	a2		b2 ==>	b2	
a3 ==>	a3				

削除(A) 追加(A) 削除(B) 追加(B)

N = OK 閉じる 読み込み

図2 水準数とデータ数の設定

図2のように設定後、「OK」ボタンをクリックする。「OK」ボタンのクリックにより図3のフォームが表示される。

CalcForm

a1	a2	a3
	b1	b2
1番目		
2番目		
3番目		
4番目		
5番目		
6番目		

保存 計算 印刷 終了

図3 データ設定用フォーム

表2における要因Aの水準a1に対するデータを図4のように設定する。

a1	a2	a3
	b1	b2
1番目	37	41
2番目	42	47
3番目	45	46
4番目	37	50
5番目	40	56
6番目	38	42

図4 データの設定

水準 a2、水準 a3 に対するデータは、ラベル「a2」、「a3」の付いたタブをクリックしてそれぞれのページを表示して行う。図5はタブ「a2」をクリックしたときのものである。

a1	a2	a3
	b1	b2
1番目		
2番目		
3番目		
4番目		
5番目		
6番目		

図5 タブ「a2」をクリックしたフォーム

表2における水準 a2 に対するデータを図6のように設定する。

The screenshot shows a Windows application window titled 'CalcForm'. On the left is a data entry grid with three columns: 'a1', 'a2', and 'a3'. The 'a2' column is currently selected. The data in the grid is as follows:

a1	a2	a3
1番目	46	53
2番目	48	56
3番目	48	53
4番目	47	55
5番目	46	55
6番目	49	56

On the right side of the window are several buttons: '保存' (Save), '計算' (Calculate), '印刷' (Print), and '終了' (Exit).

図6 水準 a2 に対するデータの設定

水準 a3 に対するデータも同様に図 7 のように設定する。

The screenshot shows the same 'CalcForm' application window as in Figure 6, but with different data entered into the 'a2' column. The data in the grid is as follows:

a1	a2	a3
1番目	49	59
2番目	55	59
3番目	53	53
4番目	48	57
5番目	47	59
6番目	53	62

図7 水準 a3 に対するデータの設定

すべてのデータの設定後、「計算」ボタンをクリックすると計算が始る。また、設定したデータは「保存」ボタンのクリックで保存することができる。「保存」ボタンをクリックする

と図 8 のダイアログボックスが表示される。

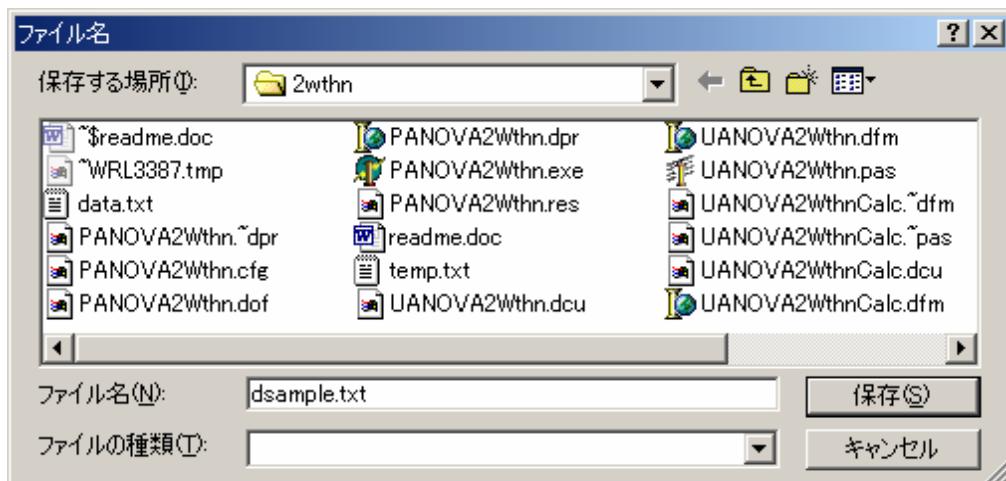


図 8 データ保存用ファイル名の設定

ファイル名の設定後、ダイアログボックスの「保存」ボタンをクリックすると、設定したファイル名でデータが保存される。保存したデータは、図 1 のフォームにおいて「読み込み」ボタンをクリックすると読み込むことができる。「読み込み」ボタンをクリックすると、図 9 のダイアログボックスが表示される。

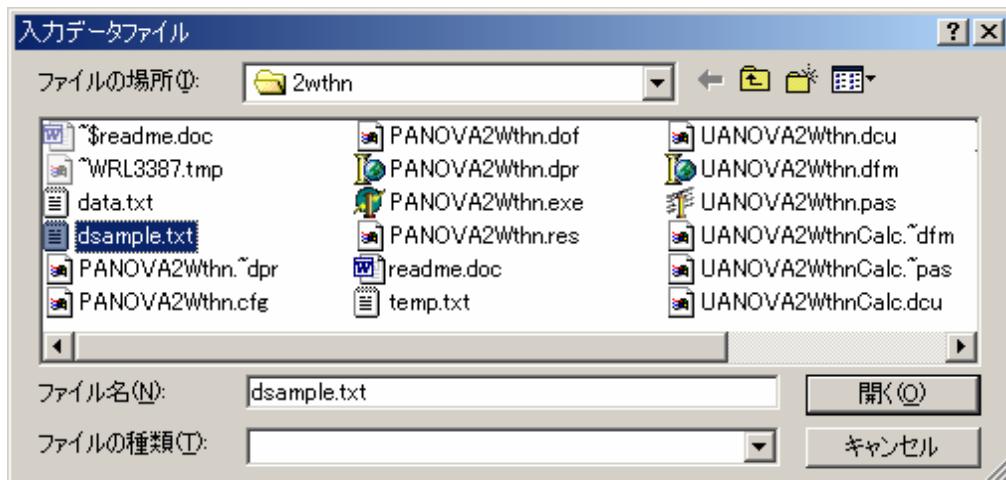


図 9 データ読み込みファイル名の設定

ファイル名の設定後、「開く」ボタンをクリックすると図 10 のように読み込まれる。

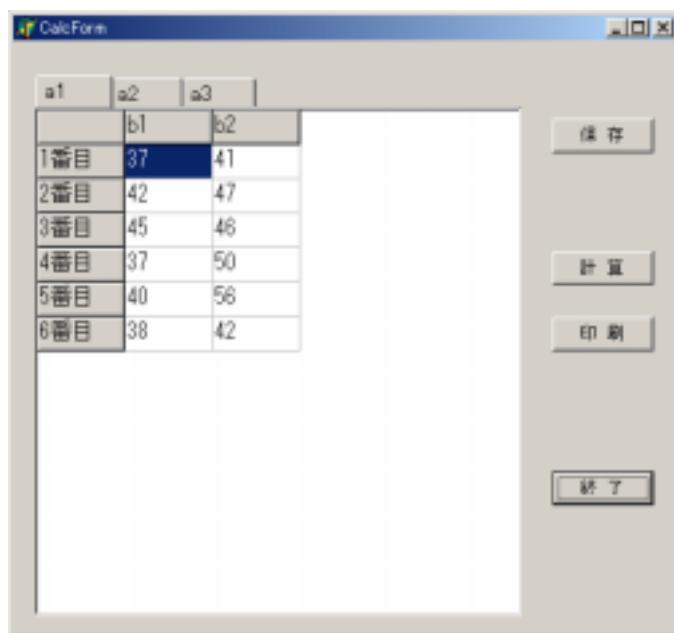


図10 データの読み込まれた状態

設定されているデータは、「印刷」ボタンのクリックですべてプリンタに出力される。すべてのデータが設定されている状態（図7、図10）において「計算」ボタンをクリックすると、分散分析の計算が始まる。「計算」ボタンのクリックで、まず図11のダイアログボックスが表示される。

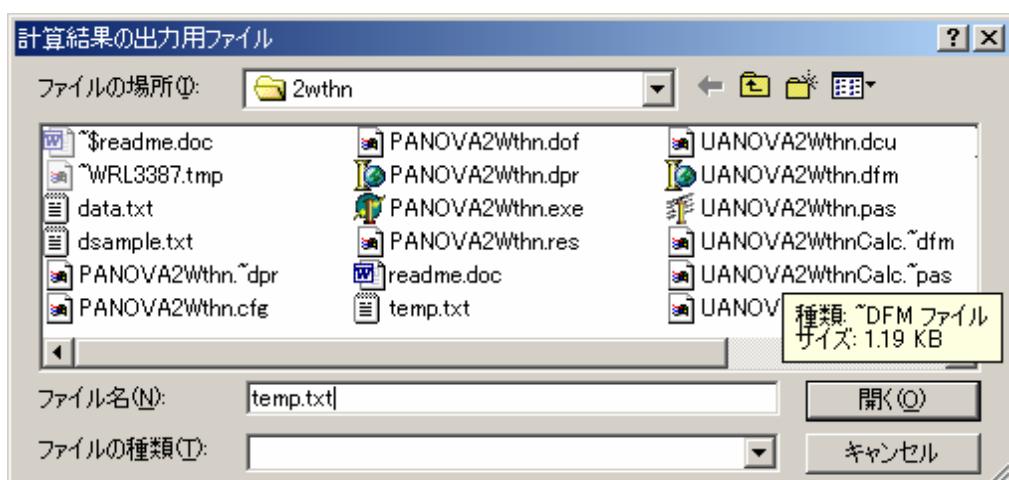


図11 計算結果出力用ファイル名の設定

設定した名前のファイルに計算結果がテキストファイルとして書き出される。図11のダイアログボックスにおける「開く」ボタンのクリックで計算が始まる。計算が終了すると、「終了」ボタンがアクティブになる（図12）。

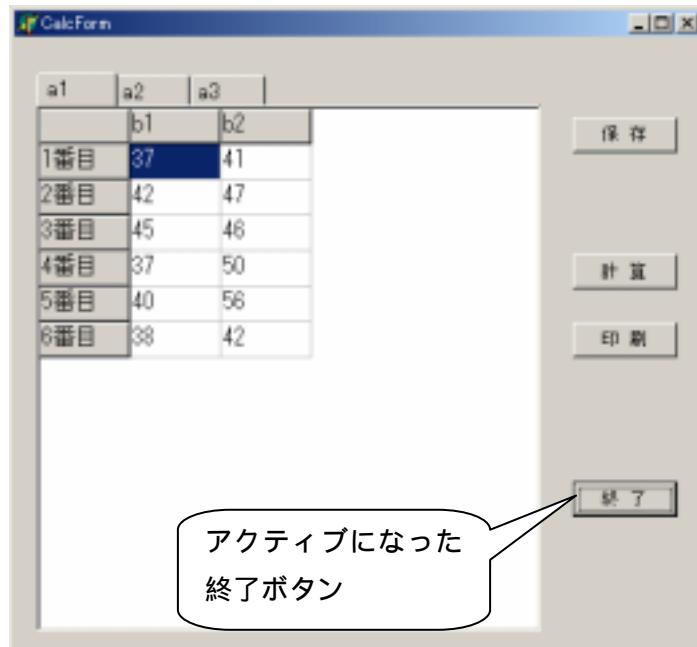


図 1 2 計算終了時のフォーム

「終了」ボタンのクリックによりプログラムの実行が終了する。実行終了後、図 1 1 で設定した名前のファイルを開いて計算結果を見ることができる。表 2 のデータの場合の計算結果の出力は、リスト 1 のようになっている。

リスト 1 計算結果例

被験者内要因 : A、 B		
要因 A < a1 >		
1	b1 37	b2 41
2	42	47
3	45	46
4	37	50
5	40	56
6	38	42
平均	39.83333	47
要因 A < a2 >		
1	b1 46	b2 53
2	48	56
3	48	53
4	47	55
5	46	55
6	49	56
平均	47.33333	54.66667
要因 A < a3 >		
	b1	b2

1	49	59		
2	55	59		
3	53	53		
4	48	57		
5	47	59		
6	53	62		
平均	50.83333	58.16667		
SV	SS	df	MS	F
S	49.138889	5	9.82777778	
SSw.s	1515.16667	30		
A	770.388889	2	385.194444	30.5037396
AS	126.277778	10	12.6277778	
B	476.694444	1	476.694444	24.8782256
BS	95.8055556	5	19.161111	
AB	0.055555556	2	0.027777778	0.00604594921
ABS	45.9444444	10	4.59444444	
Total	1564.30556	35		

まず、要因 A の水準別に要因 B の各水準に対するデータが列として書き出され、各列の平均値がそれぞれのデータ列の最後に続いている。その後、分散分析表が出力されている。リスト 1 の場合の各変動要因 (S V) に対する p 値は以下のようになる。

$$\text{主効果 A : } P(F_{2,10} > 30.504) \approx 0.0001$$

$$\text{主効果 B : } P(F_{1,5} > 24.878) \approx 0.004$$

$$\text{交互作用 A} \times \text{B : } P(F_{2,10} > 0.006) \approx 0.994$$

すなわち、有意水準 5 % で、主効果 A および主効果 B は認められるが、交互作用 A × B の効果は認められない。