

カッパ統計量 K

k 人の評定者のカテゴリー評定における一致度を表す指標としてカッパ統計量 K がある (Siegel et al., 1988, 9.8 節)。 N 個の対象を m カテゴリーで評定したときの k 人の評定者のデータを表 1 のようにまとめる。

表 1 評定結果の集計

対 象	カテゴリー						一致度
	1	2	...	j	...	m	
1	n_{11}	n_{12}	...	n_{1j}	...	n_{1m}	S_1
2	n_{21}	n_{22}	...	n_{2j}	...	n_{2m}	S_2
.				.			.
.				.			.
.				.			.
i	n_{i1}	n_{i2}	...	n_{ij}	...	n_{im}	S_i
.				.			.
.				.			.
.				.			.
N	n_{N1}	n_{N2}	...	n_{Nj}	...	n_{Nm}	S_N
	C_1	C_2	...	C_j	...	C_m	

表 1 において、 n_{ij} は対象 i の評定がカテゴリー j であった評定者の数を表す。 C_j はカテゴリー j の評定頻度の総数

$$C_j = \sum_{i=1}^N n_{ij}$$

である。ここで、 N は対象の総数を表す。

対象 i に対する評定の一致度 S_i は次式

$$S_i = \frac{\sum_{j=1}^m \binom{n_{ij}}{2}}{\binom{k}{2}} \quad (1)$$

で与えられるものである。ここで、 m は評定カテゴリーの総数である。 k 人の評定者がいるとき、評定がお互いに一致する可能な最大の対の総数は

$$\binom{k}{2} \quad (2)$$

である。対象 i に対して n_{ij} 人の評定者がカテゴリー j と評定しているときの n_{ij} 人に対する評定の一致対の数は

$$\binom{n_{ij}}{2}$$

で与えられる。したがって、表 1 のデータにおいて、対象 i における評定の一致対の数は

$$\sum_{j=1}^m \binom{n_{ij}}{2} \quad (3)$$

で与えられる。

以上より、対象 i における評定の一致率は、(3) 式の値の (2) 式の値に対する比率として (1) 式により与えられる。

データ全体に対する一致率 $P(A)$ は、(1) 式の平均値として次式

$$P(A) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_i = \left[\frac{1}{Nk(k-1)} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^m n_{ij}^2 \right] - \frac{1}{k-1} \quad (4)$$

で与えられる。

カッパ K は (4) 式で与えられる $P(A)$ の値をチャンスレベルの一致率 $P(E)$ で補正したものである。 $P(E)$ は次のように与えられている。

まず、表 1 のデータ全体におけるカテゴリー j の選択率 p_j は次式

$$p_j = \frac{C_j}{Nk}$$

で与えられる。これより、カテゴリー j において評定が一致する率の期待値は

$$p_j^2$$

で与えられると考えて、 m カテゴリー全体における一致率 $P(E)$ を

$$P(E) = \sum_{j=1}^m p_j^2 \quad (5)$$

で与える。

式 (4) および (5) より、 $P(E)$ で補正した $P(A)$ の値 K を次式

$$K = \frac{P(A) - P(E)}{1 - P(E)} \quad (6)$$

で与える。

評定者の間に完全な一致があれば K の値は 1 になる。チャンスレベルでの一致であれば K の値は 0 である。一致度が高くなれば K の値は 0 から 1 に近づく。

K の値が 0 より有意に大きいかどうかの検定は、 K の値を次式

$$z = \frac{K}{\sqrt{\text{Var}(K)}} \quad (7)$$

で変換して与えられる z の値が近似的に標準正規分布に従うことを利用する。(7) 式で与えられる z の値が標準正規分布において有意に正の方向に大きい値であれば「 K の値が 0 である」という帰無仮説は棄却される。ここで、 $\text{Var}(K)$ は次式で与えられる。

$$\text{Var}(K) \approx \frac{2}{Nk(k-1)} \cdot \frac{P(E) - (2k-3)[P(E)]^2 + 2(k-2)\sum_{j=1}^m p_j^3}{[1 - P(E)]^2}$$

プログラム PKappa.dpr はカッパ統計量 K を求めるものである。このプログラムを実行すると図 1 のフォームが表示される。

図 1 プログラム実行開始時のフォーム

StringGrid にデータを設定する。Label 欄にはその行の対象のラベルを設定する。対象は一番左の欄に Obj.1、Obj.2、・・・と通し番号が付けられている。Cat.1、Cat.2、・・・の各カテゴリー欄のところに対象が該当するカテゴリーに評定された頻度を設定する。行数

と列数は対象とカテゴリーの数に合わせて調整する。「Add-Row」ボタンあるいは「Add-Col」ボタンのクリックで行あるいは列の追加・挿入を行う。追加・挿入は現在アクティブなセルを基にして行われる。セルはそのセルのクリックによりアクティブになる。「Del-Row」ボタンあるいは「Del-Col」ボタンのクリックにより、アクティブなセルを含む行あるいは列が削除される。

図2はデータの設定例である。

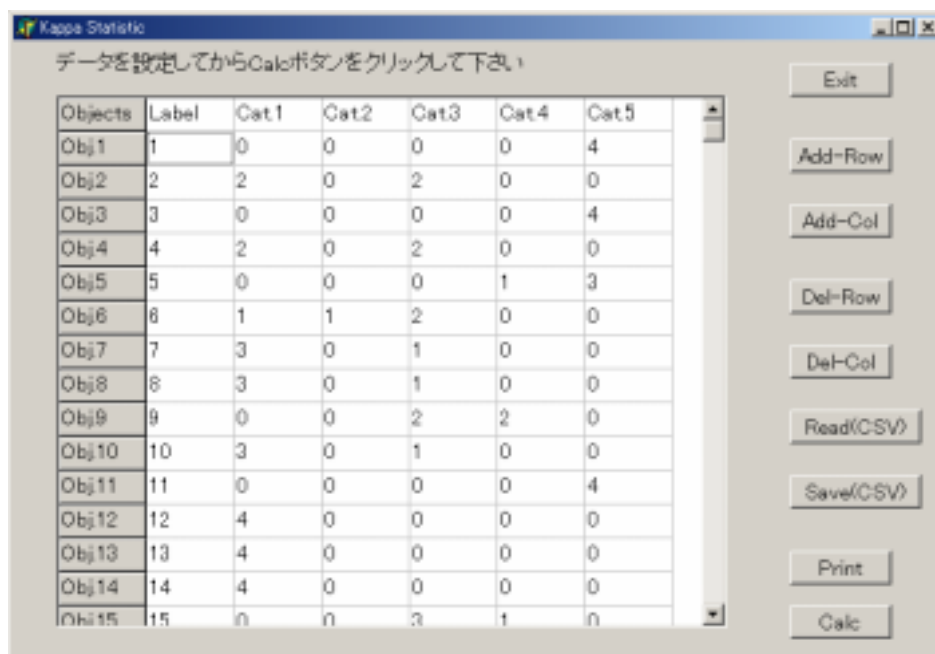


図2 データの設定例

設定されたデータは「Save(CSV)」ボタンのクリックでCSV形式のファイルとして保存することができる。保存されたCSV形式のファイルをExcelで開くと図3のようになっている。

	A	B	C	D	E	F	G
1	Label	Cat.1	Cat.2	Cat.3	Cat.4	Cat.5	
2	1	0	0	0	0	4	
3	2	2	0	2	0	0	
4	3	0	0	0	0	4	
5	4	2	0	2	0	0	
6	5	0	0	0	1	3	
7	6	1	1	2	0	0	
8	7	3	0	1	0	0	
9	8	3	0	1	0	0	
10	9	0	0	2	2	0	
11	10	3	0	1	0	0	
12	11	0	0	0	0	4	
13	12	4	0	0	0	0	
14	13	4	0	0	0	0	
15	14	4	0	0	0	0	
16	15	0	0	3	1	0	

図3 Excelで開いたファイル

逆に、図3の形式でExcelによって作成したデータは、CSV形式で保存しておくと図

1 のフォームにおける「Read(CSV)」ボタンのクリックで読み込むことができる。

図 2 において、「Print」ボタンをクリックすると設定されているデータがプリンタに出力される。

データの設定後、「Calc」ボタンをクリックすると計算が始まる。「Calc」ボタンをクリックすると、まず図 4 のダイアログボックスが表示される。

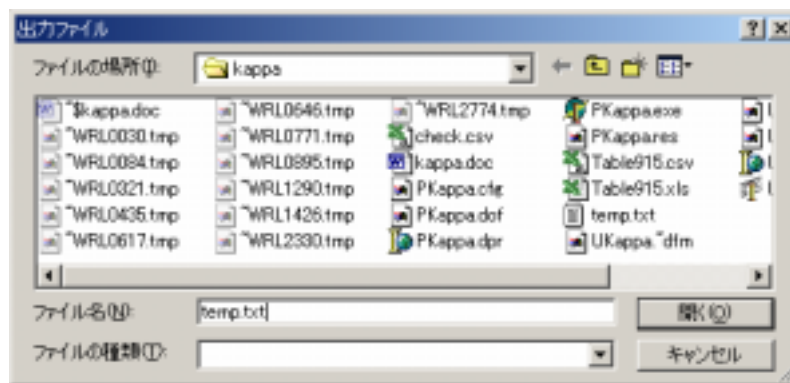


図 4 出力用テキストファイル名の設定

図 4 で設定した名前のテキストファイルに計算結果などが書き出される。図 4 のダイアログボックスにファイル名を設定後、「開く」ボタンをクリックすると計算が始まり、計算が終了すると図 5 のメッセージボックスが表示される。

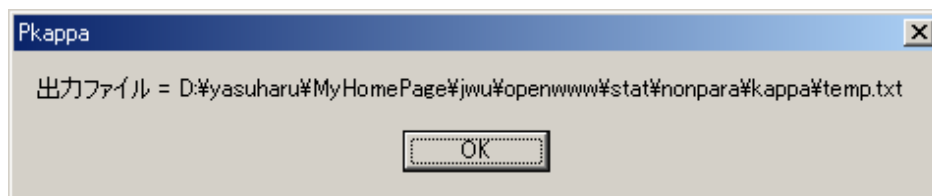


図 5 計算終了時に表示されるメッセージボックス

表示されている出力用ファイル名を確認後「OK」ボタンをクリックすると図 6 のフォームが表示される。

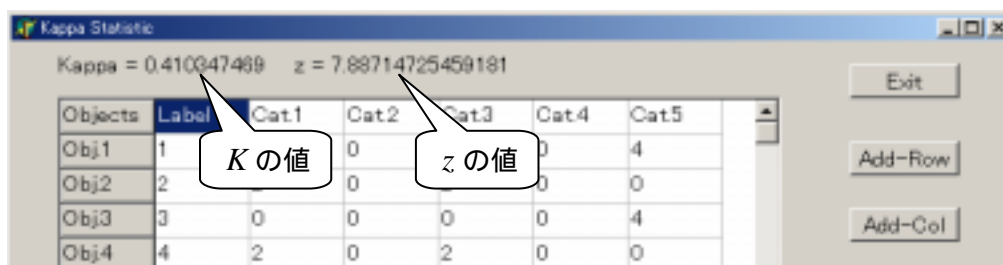


図 6 計算終了後のフォーム

フォームの上部に K の値とその変換値 z の値が表示されている。

図 6 のフォームの「Exit」ボタンのクリックでプログラムの実行終了となる。

プログラムの実行終了後、出力用ファイルをエディタなどで開くと、図 2 のデータ(Siegel
らの Table9.15 のデータ) の場合、リスト 1 のようになっている。

リスト 1 計算結果の出力例

Objects	Label	Cat.1	Cat.2	Cat.3	Cat.4	Cat.5	
Obj.1	1	0	0	0	0	4	4
Obj.2	2	2	0	2	0	0	4
Obj.3	3	0	0	0	0	4	4
Obj.4	4	2	0	2	0	0	4
Obj.5	5	0	0	0	1	3	4
Obj.6	6	1	1	2	0	0	4
Obj.7	7	3	0	1	0	0	4
Obj.8	8	3	0	1	0	0	4
Obj.9	9	0	0	2	2	0	4
Obj.10	10	3	0	1	0	0	4
Obj.11	11	0	0	0	0	4	4
Obj.12	12	4	0	0	0	0	4
Obj.13	13	4	0	0	0	0	4
Obj.14	14	4	0	0	0	0	4
Obj.15	15	0	0	3	1	0	4
Obj.16	16	1	0	2	1	0	4
Obj.17	17	0	0	0	2	2	4
Obj.18	18	0	0	0	0	4	4
Obj.19	19	0	0	3	0	1	4
Obj.20	20	0	1	3	0	0	4
Obj.21	21	0	0	1	0	3	4
Obj.22	22	0	0	3	1	0	4
Obj.23	23	4	0	0	0	0	4
Obj.24	24	4	0	0	0	0	4
Obj.25	25	2	0	2	0	0	4
Obj.26	26	1	0	3	0	0	4
Obj.27	27	2	0	2	0	0	4
Obj.28	28	2	0	2	0	0	4
Obj.29	29	0	1	2	0	1	4

Kappa = 0.410347469

var(Kappa) = 0.00270684644

z = 7.88714725

まず、設定されたデータと各行の最後に n_{ij} の和が出力されている。この和は評定者の総数

に等しい。続いて、カッパ統計量 K の値、

$$Kappa = 0.410347469$$

分散 $Var(K)$ の推定値

$$var(Kappa) = 0.00270684644$$

K の変換値 z の値

$$z = 7.88714725$$

が出力されている。

標準正規分布

$$Z \sim N(0.0, 1.0)$$

の場合、

$$P(Z \geq 7.887) < 0.001$$

なので、 K の値は有意に 0 より大きい。

参考書

- (1) Siegel,S. and Castellan,Jr.,N.J. *Nonparametric statistics for the behavioral sciences, Second ed.* McGraw-Hill Book Co., 1988.